

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Institut dopravy

Matematické modely pro plánování tras
konvojů nákladních vozidel

Mathematical Models for Platooning
Planning

Student:

Bc. Luděk Kulhaj

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Institut dopravy

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Luděk Kulhaj**
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 2301T003 Dopravní technika a technologie
Specializace: 20 Silniční doprava
Téma: **Matematické modely pro plánování tras konvojů nákladních vozidel**
Mathematical Models for Platooning Planning

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

Cíl práce:

Analyzovat matematické modely pro plánování platooningu, porovnat je mezi sebou a ověřit jejich funkčnost v optimalizačním software Xpress-IVE.

Osnova práce:

1. Úvod.
2. Charakteristika platooningu, jeho výhod a nevýhod.
3. Matematické modely platooningu a jejich typologie.
4. Analýza vybraných trasovacích modelů, jejich podrobný matematický a verbální popis.
5. Výpočetní experimenty s vybranými modely.
6. Zhodnocení dosažených výsledků.
7. Závěr.

Seznam doporučené odborné literatury:

JANÁČEK, J.: Matematické programování. Žilina: EDIS ŽU v Žilině, 1999. ISBN 80-8070-054-0.
DENG, Q.: Heavy-Duty Vehicle Platooning – Modeling and Analysis. Stockholm: KTH School of Architecture and the Built Environment, 2016. ISBN 978-91-87353-83-3.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.**

Datum zadání: 21.12.2018

Datum odevzdání: 20.05.2019



doc. Ing. Aleš Slíva, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě dne 20. května 2019


Handwritten signature in blue ink, reading "Karel Hulhaš".

.....
podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem si vědom, že na tuto moji závěrečnou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. Zákon o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (dále jen Autorský zákon), zejména § 35 (Užití díla v rámci občanských či náboženských obřadů nebo v rámci úředních akcí pořádaných orgány veřejné správy, v rámci školních představení a užití díla školního) a § 60 (Školní dílo),
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo užít tuto závěrečnou diplomovou práci nekomerčně ke své vnitřní potřebě (§ 35 odst. 3 Autorského zákona),
- bude-li požadováno, jeden výtisk této diplomové práce bude uložen u vedoucího práce,
- s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 Autorského zákona,
- užít toto své dílo, nebo poskytnout licenci k jejímu využití, mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše),
- beru na vědomí, že – podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů – že tato diplomová práce bude před obhajobou zveřejněna na pracovišti vedoucího práce, a v elektronické podobě uložena a po obhajobě zveřejněna v Ústřední knihovně VŠB-TUO, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě dne 20. května 2019



Podpis autora práce

Jméno a příjmení autora práce:

Bc. Luděk Kulhaj

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Vrbátky 225

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

KULHAJ, L. *Matematické modely pro plánování tras konvojů nákladních vozidel: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 2019, 67 s. Vedoucí práce: doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Diplomová práce se zabývá tvorbou matematických modelů pro plánování tras konvojů nákladních vozidel. V práci je nejprve stručně popsána technologie platooning a jsou uvedeny její hlavní výhody a nevýhody. V další části práce jsou obecně popsány matematické modely pro plánování tras konvojů vozidel. Následně je provedena analýza vybraných matematických modelů. Modely jsou podrobně matematicky a verbálně popsány. Funkčnost matematických modelů je zkoumána pomocí experimentů v optimalizačním software Xpress-IVE. Dále jsou vytvořeny dva rozšířené modely reagující na lepší zohlednění reálných podmínek trasování. V závěrečné části práce je zhodnocení experimentů.

ANNOTATION OF MASTER THESIS

KULHAJ, L. *Mathematical Models for Platooning Planning Master Thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, The Institute of Transport, 2019, 67 p. Thesis head: doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

The master thesis deals with designing of mathematical models for platooning planning. Platooning is briefly described in the first part of the thesis. The main advantages and disadvantages are listed here. Mathematical models are described in general terms in the following part. The follow-up analysis of chosen mathematical models is carried out. A detailed description of models is given both mathematically and verbally. The functionality of the mathematical models is tested by experiments in software Xpress-IVE.

Obsah

Seznam použitých značek a symbolů	9
Úvod.....	10
1 Charakteristika technologie platooning, hodnocení jejích přínosů a úskalí	12
1.1 Charakteristika technologie platooning.....	12
1.2 Přínosy technologie platooning.....	14
1.2.1 Snížení spotřeby pohonných hmot.....	14
1.2.2 Zvýšení profilové intenzity dopravního proudu a jeho plynulosti.....	15
1.2.3 Personální úspory a vyšší využití vozidel	17
1.3 Úskalí technologie platooning.....	18
1.3.1 Rizika spojená s okolním provozem na pozemních komunikacích	18
1.3.2 Výpadek a narušení komunikační sítě	20
1.3.3 Další úskalí	21
1.3.4 Nedostatečně propracovaná legislativa.....	22
2 Matematické modely pro optimalizaci tras konvojů.....	24
2.1 Časově neomezené technologie platooning s jedním zdrojovým uzlem	24
2.2 Časově neomezené technologie platooning s různými počátečními uzly	25
3 Analýza vybraných trasovacích modelů, jejich podrobný matematický a verbální popis	26
3.1 Larssonův model pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem	26
3.2 Model pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem a rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji	29
3.3 Model pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem, rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji a zohledněním zpoplatněných komunikací	31
4 Výpočetní experimenty s vybranými modely	34
4.1 Výpočetní experiment s původním Larssonovým modelem.....	34

4.2	Výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem a rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji	40
4.3	Výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem, rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji a zohledněním zpoplatnění komunikací	44
4.4	Výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem, rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji a zohledněním zpoplatnění komunikací v reálné síti.....	48
5	Zhodnocení dosažených výsledků	58
6	Závěr	60
	Citovaná literatura a zdroje informací	62
	Seznam obrázků.....	65
	Seznam tabulek.....	66
	Seznam příloh	67

Seznam použitých značek a symbolů

b_{ij}	- bivalentní proměnná řešící vedoucí vozidlo v konvoji na úseku (i, j)
D_{ij}	- konstanta udávající mýtné náklady na průjezd jednoho vozidla úsekem (i, j)
d_n	- označení cílového uzlu vozidla $n = 1, \dots, N$
E	- množina úseků sítě
g_{ij}	- proměnná reprezentující redukováný počet vozidel v konvoji
GPS	- Globalní Polohový Systém
N	- počet nákladních vozidel
Q_{ij}	- náklady na spotřebu paliva při průjezdu samostatného vozidla úsekem (i, j)
s	- výchozí uzel
$V2I$	- propojení vozidla a systému infrastruktury
$V2V$	- propojení mezi vozidly
W_{ij}	- spotřeba paliva při průjezdu samostatného vozidla úsekem (i, j)
x_{ijn}	- bivalentní proměnná modelující průjezd vozidla po úseku (i, j)
y_{ij}	- bivalentní proměnná modelující výskyt posledního vozidla v konvoji na úseku (i, j) v případě jízdy více než jednoho vozidla v konvoje
z_{ij}	- bivalentní proměnná modelující počet vozidel uvnitř konvoje na úseku (i, j) při výskytu tří a více vozidel v konvoji
η	- koeficient snížené spotřeby paliva
τ	- plánovaný čas příjezdu do cílového uzlu

Úvod

V posledních letech, charakteristických globalizací ekonomického prostoru, se klade důraz na velký rozvoj obchodu, s čímž výrazně souvisí i růst poptávky po přepravě zboží. Růst množství přepravovaného zboží se však zpomaluje, protože kapacitní možnosti dopravy se začínají blížit svým limitům. To se týká zejména železniční a silniční dopravy, protože páteřní železniční tratě, na které je mezinárodní nákladní doprava soustředěna, již nemají mnoho volné propustné výkonnosti. V silniční dopravě, pro kterou jsou charakteristická menší množství přepraveného zboží v rámci jedné jízdy, a tedy přeprava větších zásilek vyžaduje velký počet nákladních vozidel na silnicích, vznikají komplikace v silničním provozu, jako jsou dopravní kongesce a z nich vyplývá zvyšování negativních vlivů silniční dopravy na okolní prostředí. Prodlužuje se doba přepravy, zvyšuje se spotřeba paliva a také znečištění v místě vzniku kongescí. Rovněž tak může docházet k většímu počtu dopravních nehod. Kromě všech těchto nevýhod začíná být pocíťován akutní nedostatek zaškolených řidičů pro nákladní dopravu.

Mohlo by se tedy zdát, že potenciál zvyšování množství přepravovaných zásilek spočívá v letecké a vodní dopravě. Letecká doprava má sice své výhody, jako je například rychlost přepravy, naopak její zásadní nevýhodou jsou vysoké náklady na přepravu. Vodní doprava má sice také své výhody (např. velká přepravní kapacita plavidel, nízká energetická náročnost), ale nesplňuje zase požadavky na rychlost dodání a flexibilitu obslužné infrastruktury vztažmo k polohám dodavatelů a odběratelů.

Jediná perspektiva tedy spočívá zejména v budování vysokorychlostních tratí (na které bude převedena osobní doprava, to je však dlouhodobá záležitost) nebo možné zavádění moderních technologií v silniční dopravě, které by umožnily snížit negativní zatížení okolního prostředí jejím provozem, případně řešit další výše uvedené problémy.

Předložená diplomová práce je věnována jedné aktuálně se dynamicky rozvíjející technologii přepravy zboží po silnici, která je v zahraniční literatuře označovaná názvem platooning. Její podstatou je seskupování silničních vozidel do konvojů, přičemž společná jízda skupiny silničních vozidel vykazuje celou řadu pozitivních efektů směřujících k odstranění některých aktuálních problémů silniční dopravy, jako je vysoká spotřeba pohonných hmot a z toho plynoucí vysoký objem produkovaných emisí a vysoké zatížení silniční infrastruktury. Pojem platooning je používán jak vztažmo k osobní dopravě, tak i vztažmo nákladní dopravě.

V diplomové práci je pozornost věnována technologii platooning v nákladní dopravě, i když je zřejmé, že výhody a problémy obou technologií budou obdobné. Konkrétněji je diplomová práce zaměřena na matematické přístupy k organizaci jízd konvojů.

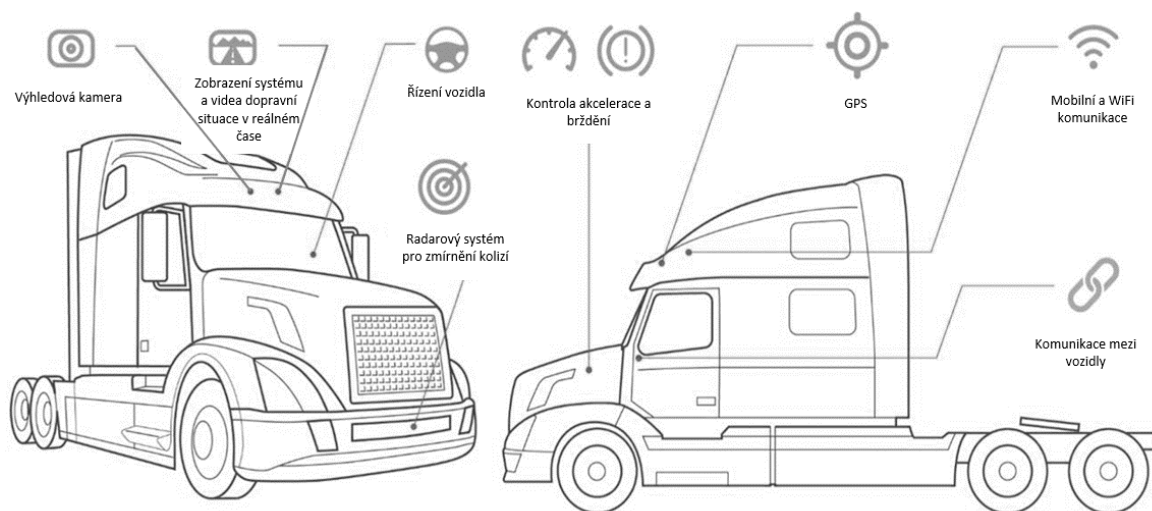
1 Charakteristika technologie platooning, hodnocení jejích přínosů a úskalí

1.1 Charakteristika technologie platooning

Technologie Platooning, někdy také Truck Platooning Technology (dále jen „technologie platooning“), vychází ze slova „platoon“ neboli četa. Tento systém se zakládá na tzv. shluku vozidel jedoucích v těsné blízkosti za sebou, přičemž vedoucí vozidlo řídí řidič a vede vozidla v závěsu, která jsou řízena autonomně a jsou s vedoucím vozidlem propojena prostřednictvím informačních systémů a technologií.

Řízení konvojů musí být založeno nejen na zohledňování vnějších faktorů, jako jsou dopravní situace, charakteristika terénu, druhy silnic nebo rychlostní limity, ale také na parametrech jednotlivých vozidel zařazených do konvoje, např. jejich dynamických schopnostech nebo emisních skupinách.¹

Pro propojení konvoje jsou potřebné různé systémy a technologie. Využívají se existující zařízení jako jsou radarová čidla, kamery, GPS navigační systémy apod. (obr. 1). Pro propojení mezi vozidly se využívá bezdrátová síť Wi-Fi.²



Obr. 1: Systémy automatizovaného nákladního vozidla³







Někteří výrobci vozidel řeší možnost využití pouze jednoho řidiče a to v prvním vedoucím vozidle s tím, že jízda vozidel v závěsu by probíhala plně v autonomním režimu. Tento koncept sice na první pohled vypadá velice úsporně z hlediska využití personálu, má však mnoho problémů především z hlediska technického a z hlediska legislativního.⁴

Technologie Platooning určitě neznamená počátek konce profese řidičů nákladních vozidel, umožňuje však snížit jejich pracovní vypětí v průběhu jízdy. Díky většímu časovému využití vozidel by tak technologie také mohla pomoci řešit v celé západní Evropě aktuální problém nedostatku řidičů nákladních vozidel. Na druhou stranu však zavedení technologie platooning bude vyžadovat vyšší kvalifikační nároky na řidiče, neboť ti budou muset být náležitě proškoleni v oblasti používání informačních technologií.⁵

Technologie platooning byla již dříve testována na uzavřených silnicích, ale v posledních letech se testování přesouvá i do reálného provozu, a to zejména na dálnice, kde bude docházet k největšímu využití.⁶

Většina firem, zabývajících se problematikou jízdy autonomních vozidel v konvojích, předpokládá, že konvoj bude tvořen zpravidla ze dvou nebo tří vozidel, někteří výrobci nákladních vozidel však uvádějí, že by konvoj mohl být složen i z více vozidel.⁷

Se zaváděním technologie platooning souvisí i problematika autonomního řízení vozidel. Mají-li následná vozidla alespoň částečně autonomně kopírovat chování prvního vozidla, musí být zařazena na některé z předepsaných úrovní 1 – 5 uvedených na obr. 2.

	úroveň 0	Vozidlo ovládá pouze řidič (tj. bez systému výše popsaných moderních asistencí).
	úroveň 1 (hands on)	Řidič a automatický systém sdílejí kontrolu nad vozidlem. Příkladem může být adaptivní tempomat nebo parkovací asistent, kdy je otáčení kol řízeno automaticky, zatímco rychlost ovládá řidič.
	úroveň 2 (hands off)	Automatizovaný systém plně ovládá vozidlo (zrychlování, brzdění a řízení). Řidič však musí sledovat řízení a být připraven k okamžitému zásahu, pokud systém nereaguje správně. Označení „bez (použití) rukou“ není míněno doslova. Ve skutečnosti je většinou nutné, aby řidič držel volant a byl připraven k zásahu.
	úroveň 3 (eyes off)	Řidič může bezpečně odvrátit pozornost od jízdních úkolů, např. psát textové zprávy nebo sledovat film. Vozidlo zvládne situace vyžadující okamžitou reakci, jako je nouzové brzdění. Řidič však musí být i nadále připraven k zásahu během určitého časového limitu, který specifikuje výrobce.
	úroveň 4 (mind off)	Podobné jako u úrovně 3, avšak pozornost řidiče již není nutná vůbec, tzn. že řidič může bezpečně jíst, spát nebo opustit sedadlo řidiče. Autonomní jízda je podporována pouze ve vymezených oblastech nebo za zvláštních okolností, jako jsou dopravní zácpy. Mimo tyto oblasti nebo okolnosti musí být vozidlo schopné bezpečně přerušit jízdu, tj. zaparkovat, pokud se kontroly neujme řidič.
	úroveň 5	Autonomní systém se plně věnuje řízení bez jakéhokoliv zásahu ze strany lidského faktoru.

Obr. 2: Úrovně autonomního řízení⁸

1.2 Přínosy technologie platooning

K hlavním přínosům technologie platooning v nákladní dopravě patří:

- snížení spotřeby pohonných hmot vozidel zařazených do konvoje,
- zvýšení profilové intenzity dopravního proudu a jeho plynulosti na infrastruktuře,
- personální úspory a vyšší časové využití vozidel.

1.2.1 Snížení spotřeby pohonných hmot

Klíčovým přínosem technologie platooning je snížení spotřeby pohonných hmot. Díky malým rozestupům při jízdě nákladních vozidel v konvoji vzniká větší aerodynamický celek, který vede k úspoře paliva a tím také k odpovídajícímu snížení emisí CO_2 , a to průměrně o 10 %. Při rozestupech 10 metrů pro konvoj složený ze tří vozidel se uvádí u vedoucího vozidla úspora paliva kolem 5 %, pro druhé vozidlo úspora paliva dosahuje přibližně 13 % a pro poslední vozidlo až 11 %. Pro přehlednost jsou úspory paliva uvedeny v tab. 1. Ne vždy je však možno těchto hodnot dosáhnout, protože skutečná úspora pohonných hmot závisí na mnoha faktorech, zejména na rychlosti vozidel a typové homogenitě vozidel zařazených do konvoje.^{5, 9, 10}

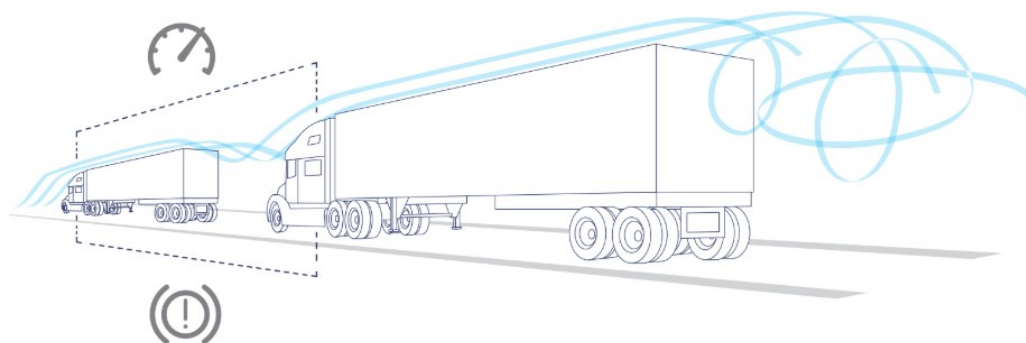
Tab. 1: Palivová úspora vozidel při jízdě s využitím technologie platooning (autor)

	Vedoucí vozidlo	Vozidlo uvnitř konvoje	Poslední vozidlo	Průměrná úspora paliva
3 vozidla jedoucí v konvoji	5%	13%	11%	9,67%
2 vozidla jedoucí v konvoji	5%	-	11%	8%

Rychlost vozidla je, analogicky jako v případě ostatních druhů dopravy, jedním ze základních parametrů ovlivňujících spotřebu pohonných hmot. S rostoucí rychlostí se razantním způsobem zvyšuje palivová spotřeba vozidla, proto se výrobci vozidel snaží spotřebu snížit tím, že např. optimalizují otáčky motoru při maximální rychlosti, zvyšují účinnost hnacího ústrojí nebo snižují aerodynamické odpory vozidel. Důležitým faktorem pro snížení palivové spotřeby je využití výkonu při akceleraci, proto je ve většině moderních vozidel automatická převodovka. Aby nedocházelo k přetáčení nebo podtáčení motoru a bylo využito optimálních otáček motoru, je vše řízeno elektronickými systémy.

Dalším faktorem ovlivňující úsporu pohonných hmot vozidel jedoucích v konvoji je jejich konstrukční homogenita. Jedny z nejlepších podmínek pro maximalizaci úspory

pohonných hmot vozidel jedoucích v konvoji poskytují skříňová vozidla. Při použití těchto vozidel nedochází k narušení obtékání vozidel (jako například při vozidlech valníkových). Při přechodu obtékajícího vzduchu na další skříňové vozidlo nastává tzv. aerodynamický stín, viz obr. 3.^{10, 11}



Obr. 3: Aerodynamický vliv snížení rozestupů mezi vozidly¹¹

Doplňkové ikony na obr. 3 reprezentují současnou akceleraci nebo současné brzdění vozidel v konvoji, díky kterému je vzdálenost mezi vozidly během jízdy konstantní.

Pro získání maximálních pozitivních efektů plynoucích z technologie platooning je však potřeba, aby vozidla, kromě konstrukční homogenity, byla sourodá i v jiných parametrech, např. v rychlosti. Pro jízdy po silnicích bez stoupání nebo klesání sice nesourodá vozidla nemají problém dosáhnout stejnou maximální rychlosti a udržet ji, ale při překonávání tras s rozdílnou nadmořskou výškou dochází u vozidel s menším výkonem nebo s větší celkovou hmotností k razantnějšímu poklesu rychlosti. Požadavek na zachování stejné rychlosti u všech vozidel jedoucích v konvoji by v takovém případě způsobil pokles rychlosti celého konvoje, což by ve výsledku generovalo zpoždění všech vozidel v konvoji podle zpoždění rychlostně omezujícího vozidla. Z tohoto pohledu by vozidla zařazovaná do konvojů měla mít kromě podobných obrysů také podobné výkonnostní a hmotnostní parametry.

Přesné určení významnosti jednotlivých faktorů ovlivňujících spotřebu je však v současnosti stále předmětem dlouhodobého výzkumu.

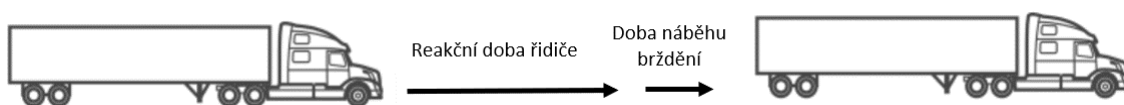
1.2.2 Zvýšení profilové intenzity dopravního proudu a jeho plynulosti

Jedním z hlavních důvodů pro zavedení technologie platooning je snížení jednotlivých rozestupů mezi vozidly, čímž dojde ke zvýšení profilové intenzity

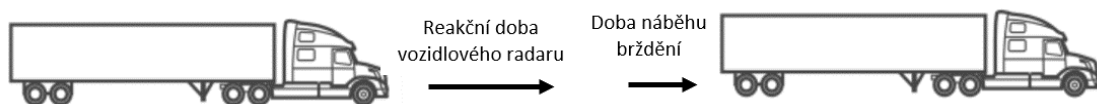
na komunikacích. Při použití technologie platooning se totiž mohou rozestupy mezi nákladními vozidly snižovat až na hodnotu přibližně 10 metrů. Běžně při této vzdálenosti není člověk schopen zareagovat na změnu vozidla tak rychle, aby nedošlo ke střetu s vozidlem jedoucím před ním, v podmínkách provozu autonomních vozidel však bezprostřední reakci zajistit lze. Proto by tento systém v autonomním režimu měl být bezpečný i při snížení rozestupů mezi jedoucimi vozidly. Vedoucí vozidlo pošle data ostatním vozidlům zařazeným v konvoji za 0,1 s. Jen pro srovnání, reakční doba průměrného řidiče na nouzovou situaci trvá cca 1,4 s, navíc, s touto hodnotou lze uvažovat pouze v případě, že se řidič plně věnuje řízení. To znamená, že nevěnuje-li se plně řízení vozidla (což se může stát), dá se očekávat, že jeho reakční doba bude ještě delší.^{5, 7, 9}

Systém by tedy neměl, při snížení rozestupů mezi vozidly jedoucimi za sebou, zvýšit nebezpečí nárazu. Např., jede-li vozidlo rychlostí $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, pak toto vozidlo začne brzdít nejdříve až po ujetí dráhy 35 metrů (což odpovídá výše uvedené reakční době řidiče 1,4 s). Protože hodnota reakce v běžném provozu může být i několikrát vyšší a závisí na mnoha faktorech, lze očekávat, že i brzdění vozidla bude zpravidla zahájeno až po ujetí delší dráhy, než je uvedených 35 metrů.⁷

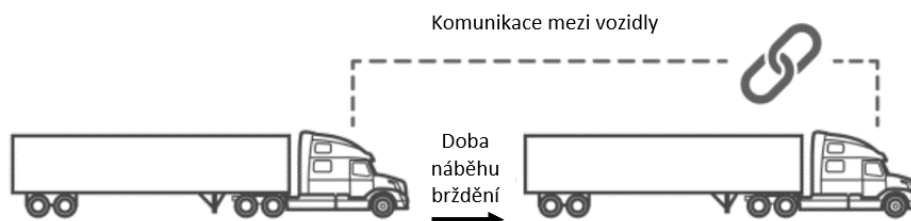
Na obr. 4 – 6 jsou pro ukázkou znázorněny vzdálenostní odstupy pro tři případy. V prvním případě (obr. 4) je znázorněna situace, kdy je bezpečnostní vzdálenost mezi vozidly minimálně taková, aby měl řidič druhého vozidla dostatečný čas ke zjištění změny rychlosti prvního vozidla a také je v této vzdálenosti obsažena doba náběhu brzdění. Ve druhém případě (obr. 5) je znázorněna situace, kdy je reakční vzdálenost eliminována o dobu potřebnou k reakci řidiče na změnu rychlosti prvního vozidla, doba reakce závisí na době reakce vozidlového radaru na změnu rychlosti prvního vozidla, následném předání informací do řídicí jednotky vozidla a také z doby náběhu brzdění. V třetím případě (obr. 6) je znázorněna situace, kdy jsou vozidla zařazena do konvoje a požadavek na snížení rychlosti vozidel v konvoji probíhá téměř současně, rozestupy se mohou lišit pouze v rychlosti náběhu brzdění u jednotlivých vozidel v konvoji. Vzdálenosti mezi jednotlivými vozidly mohou být regulovány i během samotného brzdění, z čehož vyplývá, že předem stanovená vzdálenost bude zachována během celé jízdy konvoje vozidel.¹¹



Obr. 4: Vzdálenostní odstup mezi vozidly za běžných provozních podmínek¹¹



Obr. 5: Vzdálenostní odstup mezi vozidly za provozních podmínek s vozidlovým radarem¹¹



Obr. 6: Vzdálenostní odstup mezi vozidly za provozních podmínek využívajících technologii platooning¹¹

Očekává se, že po implementaci technologie platooning do běžného provozu by dále mělo dojít k větší plynulosti dopravního proudu. Vozidla zařazená v konvoji nejenže uspoří místo v dopravním prostoru komunikace, ale také urychlí celkový pohyb na dopravních komunikacích. Po zavedení a zkvalitnění celého systému by bylo možné systém využít i při průjezdu městy. Došlo by například k urychlení odjezdu vozidel z křižovatek a tím zvýšení celkové rychlosti průjezdu městy.^{4, 5}

1.2.3 Personální úspory a vyšší využití vozidel

Dalším přínosem je možnost vyššího využití dopravního prostředku. V současné době je totiž denní doba provozu vozidla limitována pracovní normou řidiče (pokud se na vozidle nestřídá v řízení více řidičů), což negativně ovlivňuje provozní rychlost přepravy. V případě, že by vozidlo bylo zapojeno do technologie platooning a systémy budou na takové úrovni, aby řidič mohl absolvovat bezpečnostní přestávku i za jízdy vozidla, bylo by možné zvýšit kilometrický proběh vozidel se stejným řidičem a tím zvýšit i rychlost přepravy při stejném počtu řidičů. Řidiči vozidel v konvoji by se mohli při jízdě střídat a např. při třech vozidlech zařazených do konvoje by vždy dva řidiči odpočívali. Ušetřený čas by řidič mohl využívat například k nakládce, vykládce nebo fixaci přepravovaného zboží, což jsou činnosti započítávající se také do jeho pracovní doby.¹²

V současné době je režim práce řidiče v silniční nákladní dopravě upraven platnou legislativou. Základním právním předpisem, který stanovuje doby řízení vozidel,

bezpečnostní přestávky a doby odpočinku a všechna ostatní pravidla pro provoz v silniční dopravě, je Nařízení Evropského parlamentu a Rady (ES) č. 561/2006. Dalším důležitým předpisem je také zákon č. 111/1994 Sb., o silniční dopravě, vyhláška č. 478/2000sb., podle které se provádí zákon o silniční dopravě a také Evropská dohoda o práci osádek vozidla v mezinárodní silniční dopravě (AETR), která je obsažena ve vyhlášce č.108/1976. Povinností každého řidiče je dodržovat všechna ustanovení upravující doby řízení, bezpečnostní přestávky, doby odpočinků řidičů a jejich zaznamenávání.

1.3 Úskalí technologie platooning

Nelze se však domnívat, že by technologie platooning nabízela pouze výhody, existují i určitá úskalí, ke kterým zejména patří:

- současná nedostatečná flexibilita v souvislosti s okolním silničním provozem,
- nebezpečí výpadku komunikačních sítí využívaných k přenosu informací mezi vozidly zařazenými v konvoji,
- možné technické problémy vozidel,
- nedostatečně propracovaná legislativa.

1.3.1 Rizika spojená s okolním provozem na pozemních komunikacích

V současné době jsou všechna běžně používaná vozidla řízena bez použití plně autonomního řízení. V případě vzniku dopravních nehod je jejich velký počet způsoben lidským faktorem. Z pohledu statistik se tedy na lidský faktor dá nahlížet jako na nejnebezpečnější faktor silniční dopravy. Eliminace příčin selhání lidského faktoru není v žádném případě snadná. Nicméně, některé příčiny se vlivem moderních systémů a technologie dají alespoň částečně odstranit. K příkladům takových moderních systémů a technologií patří nouzové brzdění, hlídání takzvaného mrtvého úhlu nebo udržování vozidla v jízdním pruhu.

V předchozím odstavci bylo uvedeno, že lidský faktor je nejnebezpečnějším faktorem silničního provozu. Věc má však také druhou stránku. I když se v současné době moderní technologie vyvíjí velice rychle a s tím se rozrůstají i možnosti zavádění autonomního řízení, bohužel, tyto technologie zatím stále nejsou natolik dokonalé, aby umožňovaly predikovat a hlavně řešit veškeré možné situace, které na pozemních komunikacích mohou nastat, a které jsou způsobeny těmi účastníky provozu, kteří nedodržují dopravní předpisy nebo se chovají v silničním provozu neukázněně.

Protože pouze člověk dokáže operativně vyhodnotit nečekané dopravní situace a také na ně dokáže operativně reagovat, je lidský faktor na druhé straně zároveň nejbezpečnějším prvkem systému.

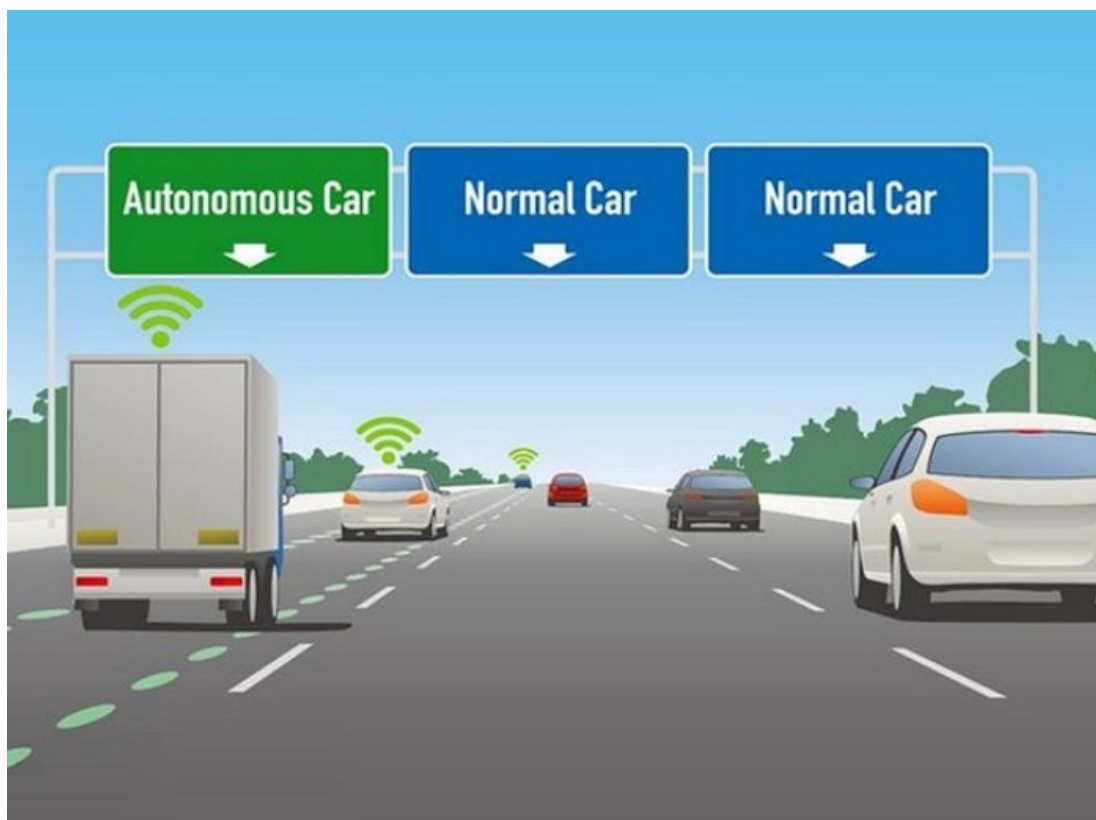
Pro případ nepředvídatelných dopravních situací by musela být autonomní vozidla schopna sama tyto situace vyhodnotit. Např. je potřeba brát v úvahu i situace, jak by systém reagoval na vozidlo, které vjede do protisměru. Dalším případem může být zvěř, která neočekávaně vběhne před vozidlo. Dalším případem je následující situace. Protože průměrná délka osobního silničního vozidla se pohybuje okolo 5 metrů, může se při zavedení technologie platooning vyskytnout situace, že tento typ vozidel bude mít možnost zařadit se mezi vozidla zařazená do konvoje. To může nastat například v případě, kdy vozidlo z rychlejšího pruhu na dálnici bude sjíždět z daného úseku dálnice v poslední chvíli, právě přes rozestup mezi vozidly zařazenými v konvoji. Nečekané zařazení osobního vozidla mezi vozidla jedoucí v konvoji vyhodnotí systém udržující mezi vozidly dostatečnou vzdálenost jako nežádoucí stav (vzdálenost na reakci mezi vozidly není dostatečná), dojde k většímu rozstupu, a pokud je to možné, tak v co nejkratším čase. Zvětšení rozestupu mezi vozidly jedoucími v konvoji by ovšem mohlo způsobit, že např. v hustém provozu by v důsledku zvětšení těchto rozestupů mohlo docházet k najetí dalších menších vozidel do prostorů mezi nimi, což by znamenalo nutnost dalšího zvětšování rozestupů vozidel v konvoji až na vzdálenost, při které by došlo k přerušení spojení mezi vozidly jedoucími v konvoji, a tedy de facto k rozpadu konvoje. V takovýchto případech by došlo ke ztrátě potenciálních výhod technologie platooning.

Vozidla by taktéž měla být připravena adekvátně reagovat i na složité klimatické podmínky, například při hustém dešti, sněžení nebo na náledí.

Pokud by byla veškerá vozidla řízena autonomně a byla schopna reagovat na převážnou většinu se vyskytujících nepředvídatelných situací, nemělo by téměř docházet k dopravním nehodám. Také by pravděpodobně nedocházelo k možnému vjetí vozidla do protisměru apod. Ale protože je téměř nemožné, aby veškerá vozidla byla současně převedena na plně autonomní, bude s největší pravděpodobností tento způsob řízení vozidel začleňován do současného provozu velmi pomalu.¹³

Mělo by se také řešit to, jak mezi sebou mají reagovat vozidla vybavená autonomním řízením s vozidly nevybavenými systémem autonomního řízení. Možná na první pohled z nevýznamné věci, může vznikat nejvíce dopravních nehod, na jejichž vzniku se budou autonomní vozidla podílet. Proto není zcela vyloučeno, že pro použití autonomních vozidel bude nutné vytvořit samostatně oddělené jízdní pruhy, jako jsou samostatné jízdní pruhy pro vozidla městské hromadné dopravy, elektrická vozidla nebo

pro vozidla, ve kterých cestují více než dvě osoby (v některých případech bývají tyto pruhy sdruženy), viz obr. 7.¹³



Obr. 7: Pruh pro autonomní vozidla¹³

Vytvoření pruhů pro autonomní vozidla by bylo nejvíce potřeba především v místě největšího výskytu a uplatnění těchto vozidel. Největší využití autonomního řízení bude převážně na dlouhých trasách, proto by měly být samostatné pruhy zřizovány především na dálnicích a rychlostních silnicích.

Zřizování dalších samostatných jízdních pruhů přináší s sebou potřebu zvětšování šířky komunikací, z toho plyne vyšší zábor půdy, vyšší náklady na výstavbu a údržbu komunikační sítě apod.

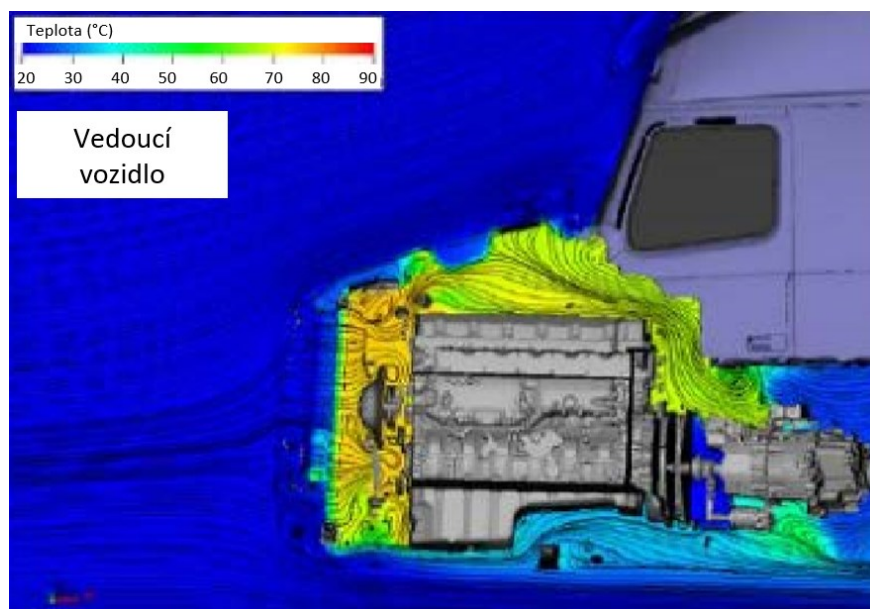
1.3.2 Výpadek a narušení komunikační sítě

Při použití autonomního řízení musí být systém připraven i na mimořádné situace spojené s výpadkem komunikační sítě. V případě výpadku komunikační sítě nebudou vozidla jedoucí v konvoji schopna nejen operativně reagovat na změny v průběhu jízdy a na mimořádnosti v okolním provozu, ale také nebudou schopna reagovat na případné vzdálenější vyskytující se kongesce.¹³

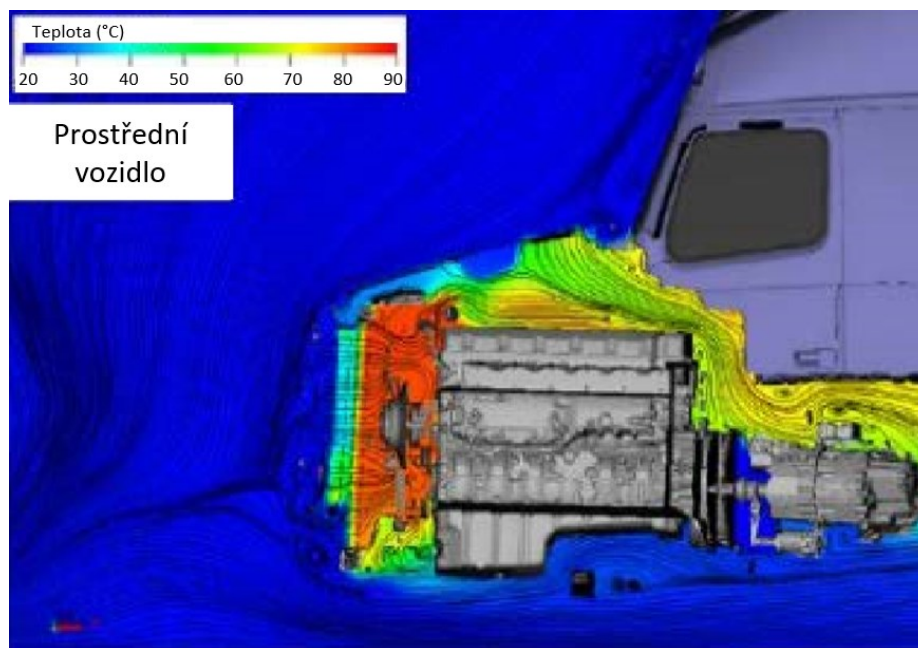
Další vážné riziko, které souvisí s provozem komunikační sítě, je napadení komunikační sítě, přes kterou probíhá spojení mezi vozidly konvoje, nebo napadení řízení autonomního systému vozidla. Elektronický systém, kterým jsou vozidla propojena pomocí Wi-Fi sítě, by mohl být narušen hackerským útokem. Vozidla by se mohla stát v důsledku napadení pro řidiče neovladatelná a mohlo by dojít k závažným následkům způsobených dopravními nehodami. Proto musí být systém přenosu informací mezi vozidly zabezpečen tak, aby nemohlo dojít k jeho narušení.^{13, 14}

1.3.3 Další úskali

Nevýhod a možných rizik je při použití tohoto systému celá řada. Další problémy mohou vyplynout např. z konstrukčního uspořádání vozidla. Jedou-li vozidla v konvoji se sníženými rozestupy, je možné, že vzhledem k nedostatečnému proudění vzduchu do chladicího ústrojí motoru může docházet k jeho přehřívání, viz obr. 9. Tento problém nastává pouze při rozestupech mezi vozidly menších než 12 metrů. Z důvodu sníženého proudění vzduchu se zvyšuje teplota v chladicím zařízení motoru, což lze sice regulovat ventilátorem, ale v důsledku jeho použití opět dochází ke zvýšení spotřeby paliva. Na obr. 8 je možno pro srovnání vidět teplotní rozložení v oblasti motorového prostoru u vedoucího vozidla, které není ovlivněno sníženým prouděním nasávaného vzduchu v oblasti motorového prostoru.³



Obr. 8: Teplotní rozložení v oblasti motorového prostoru u vedoucího vozidla³



Obr. 9: Teplotní rozložení v oblasti motorového prostoru u vozidla uvnitř konvoje³

1.3.4 Nedostatečně zpracovaná legislativa

Na vývoji autonomních systémů pro vozidla pracuje z celého světa mnoho různých výrobců automobilů a technický vývoj těchto systémů se neustále zrychluje. Jenže, technický vývoj by měly kopírovat i adekvátní změny legislativy řešící nejen technické parametry, ale také možné nežádoucí následky plynoucí z provozu autonomních vozidel. Bohužel, odpovídající legislativní proces je za technickým vývojem v současnosti značně opožděn.¹³

Protože se předpokládá, že technologie platooning by měla být významně využívána v mezinárodní dopravě, měl by být provoz automobilů s autonomním řízením ošetřen jednotnou legislativou na evropské úrovni. V první řadě je nutné definovat systémy autonomních vozidel jako techniku, která umožní použití moderních asistenčních systémů, které jsou schopny činit rozhodnutí a v krajním případě také nahradit řidiče.¹³

Bohužel, např. v současnosti není na území ČR v platnosti žádná legislativa umožňující provoz vozidel, která řidič neřídí nebo ve vozidle vůbec není. V současnosti je již připravena novela zákona o provozu na pozemních komunikacích, která reaguje na provoz autonomních vozidel, a která vychází z podobné normy vzniklé v SRN, kde testování těchto vozidel již v minulosti probíhalo, ale stále není právně účinná. Novela však umožňuje pouze provoz vozidel maximálně do třetí úrovně autonomního řízení uvedené na obr. 2. To znamená, že řidič vozidla musí být připraven převzít řízení v případě, že to vyžadují okolnosti, nebo ho k převzetí situace vyzve informační systém

vozidla. Novela mj. řeší definici pojmu řidiče. V budoucnu bude řidičem autonomního vozidla osoba, která auto fyzicky neřídí, ale která aktivuje autonomní režim řízení. Současně tato novela řeší technické požadavky jako jsou rozestupy, předjíždění, objíždění, včasné brždění apod.¹⁴

Legislativa by také měla řešit ochranu osobních dat mezi autonomními vozidly. Propojení mezi vozidly (V2V) a infrastrukturou (V2I) probíhá pomocí komunikačních sítí. Pro potřeby autonomního řízení jsou do vozidel zabudovány různé kamery, snímače, počítače apod. a informace z těchto zařízení budou muset být dále, pomocí komunikační sítě, přenášeny do ostatních vozidel a informačních systémů.¹³

Dále, není zatím definována právní odpovědnost za provoz autonomního vozidla. Jak již bylo uvedeno, komunikační systémy mohou být napadeny hackerským útokem, čímž by mohlo dojít ke zneužití informací, v horším případě ke vzniku dopravní nehody. V těchto případech může být zjištění právní odpovědnosti za nehodu velmi složité, protože řidič nemusí být viníkem případné nehody. Proto lze očekávat, že chybějící legislativní úprava právní odpovědnosti za provoz autonomních vozidel s největší pravděpodobností zpomalí jejich uvedení do běžného provozu.¹³

2 Matematické modely pro optimalizaci tras konvojů

V matematickém modelování technologie platooning za účelem dopravního plánování jde především o sestavení tras konvojů vozidel tak, aby došlo k co nejefektivnějšímu využití těchto dopravních prostředků. Tyto trasy vozidel jsou tvořeny jednou nebo více na sebe navazujícími hranami. Tyto modely se převážně zaměřují na nejdůležitější dopravní trasy. Pro modelování dopravních sítí je důležité znát délky jednotlivých tras, členitost terénu nebo zda je úsek zpoplatněn mýtným apod. Všechny tyto aspekty jsou důležité pro plánování tras jednotlivých vozidel.

Pro přesnější plánování tras nákladních vozidel by bylo nutné stanovení, za jakých podmínek vozidla budou zapojována do jednotlivých konvojů. Je možné, že seskupení vozidel do konvojů bude probíhat například před odjezdem z výchozího stanoviště nebo je také možné, že se vozidla budou náhodně připojovat až při jízdě.

Problematickou optimalizace tras konvojů se v minulosti zabývali autoři Eric Larsson, Gustav Sennton a Jeffrey Larsson, kteří v časopisu *Transportation Research – Part C* vydávaném renomovaným nakladatelstvím Elsevier publikovali článek „*The vehicle platooning problem: Computational complexity and heuristics*“.

Předložená práce se zabývá jednou skupinou těchto publikovaných modelů. Publikované modely vybrané skupiny budou podrobně analyzovány a jejich funkčnost bude ověřena na modelových úlohách. V případě, že se v publikovaných modelech budou vyskytovat některé aspekty ne příliš vyhovující reálným podmínkám provozu technologie platooning (popsaných např. v úvodu práce), bude snaha o jejich modifikace tak, aby tyto reálné podmínky byly do existujícího modelu zapracovány, nebo aby k nim při řešení bylo alespoň částečně přiblíženo.

Ve výše zmiňovaném článku jsou rozlišovány modely:

- časově neomezené technologie platooning s jedním zdrojovým uzlem
- časově neomezené technologie platooning s různými počátečními uzly

2.1 Časově neomezené technologie platooning s jedním zdrojovým uzlem

V tomto modelu nejsou časy odjezdů z výchozích uzlů a příjezdů do cílových uzlů časově vymezeny. Všechna vozidla odjíždějí z jednoho výchozího uzlu a trasa vozidel je určena podle nejnižší výsledné spotřeby paliva všech vozidel.

2.2 Časově neomezené technologie platooning s různými počátečními uzly

V tomto modelu autoři předpokládají, že časy odjezdů z výchozích uzlů a příjezdů do cílových uzlů také nejsou časově omezeny, ale jejich výchozí uzly nemusí být totožné. Výsledné trasy vozidel jsou rovněž identifikovány jako nejvýhodnější z hlediska výsledné spotřeby paliva všech vozidel.

K další podrobné analýze byla vybrána první skupina modelů, tzv. časově neomezené technologie platooning, tzn., že časy příjezdů do cílových uzlů nákladních vozidel nejsou striktně stanoveny a všechna vozidla vyjíždějí ze stejného výchozího uzlu.

3 Analýza vybraných trasovacích modelů, jejich podrobný matematický a verbální popis

3.1 Larssonův model pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem

Pro sestavení modelu je nutné brát v úvahu následující předpoklady:

- typová homogenita vozidel,
- stejná průměrná spotřeba paliva (v případě, kdy se vozidla nepohybují v konvoji).

Uvažujme N nákladních vozidel, která mohou být podle potřeby shlukována do konvojů. Platí, že všechna vozidla vyjíždějí z jednoho výchozího uzlu označeného dále v textu s . Platí tedy, že $s_1 = \dots = s_N = s$. Dále platí, že při optimalizaci nejsou časově limitovány příjezdy vozidel do cílových uzlů. Veličina τ vyjadřuje čas, kdy vozidlo $i = 1, \dots, N$ musí nejpozději přijet do cílového uzlu d_n . Časové neomezení příjezdů vozidel do cílových uzlů bude matematicky vyjádřeno $\tau_1 = \dots = \tau_N = \infty$.

Konstanty W_{ij} udávají reálnou spotřebu paliva při průjezdu jednoho vozidla z uzlu i do uzlu j , kde $(i, j) \in E$ (E je množina hran sítě).

Řešení optimalizační úlohy:

V podstatě se jedná o nejjednodušší typ optimalizační úlohy. Protože nejsou časově limitovány příjezdy vozidel do cílových uzlů, nejsou časově limitovány ani odjezdy z výchozího uzlu. Pokud nejsou jízdy vozidel časově limitovány, jejich shlukování do konvojů není tak komplikované z hlediska matematického modelování.

Pro potřeby modelu jsou zavedeny tři skupiny bivalentních proměnných.

První skupina je tvořena bivalentními proměnnými x_{ijn} . Když po skončení optimalizačního výpočtu $x_{ijn} = 1$, potom vozidlo $n = 1, \dots, N$ projelo hranou z uzlu i do uzlu j , když po skončení optimalizačního výpočtu $x_{ijn} = 0$, potom to znamená, že vozidlo $n = 1, \dots, N$ hranou z uzlu i do uzlu j neprojelo.

Druhá skupina proměnných je tvořena bivalentními proměnnými b_{ij} . Pokud po skončení optimalizačního výpočtu má proměnná hodnotu $b_{ij} = 1$, je tím charakterizováno, že některé z vozidel projelo hranou z uzlu i do uzlu j . V opačném případě, je-li $b_{ij} = 0$, znamená to, že žádné z vozidel neprojelo hranou z uzlu i do uzlu j .

Třetí skupina proměnných v modelu je tvořena proměnnými g_{ij} udávajícími přepočtený počet vozidel v konvoji na které se počítá spotřeba paliva. Jedná se o hodnotu

sloužící k přepočtu spotřeby paliva na spotřebu paliva sníženou vlivem shlukování vozidel do konvoje.

Matematický model optimalizační úlohy má tvar:

$$\min h(x, b, g) = \sum_{(i,j) \in E} W_{ij} g_{ij} \quad (1)$$

za podmínek:

$$g_{ij} = b_{ij} + \eta \left(\sum_{n=1}^N x_{ijn} - b_{ij} \right) \quad (i, j) \in E \quad (2)$$

$$\sum_{n=1}^N x_{ijn} \leq N b_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (3)$$

$$b_{ij} \leq \sum_{n=1}^N x_{ijn} \quad (i, j) \in E \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{sjn} = 1 \quad n = 1, \dots, N \quad (5)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jd_n n} = 1 \quad n = 1, \dots, N \quad (6)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jin} = \sum_{j \in V} x_{ijn} \quad n = 1, \dots, N \quad (7)$$

$$i \in V \setminus \{s; d_n\}$$

$$b_{ij} \in \{0,1\} \quad (i, j) \in E \quad (8)$$

$$x_{ijn} \in \{0,1\} \quad (i, j) \in E \quad (9)$$

$$g_{ij} \geq 0 \quad (i, j) \in E \quad (10)$$

Funkce (1) reprezentuje optimalizační kritérium – celkovou spotřebu paliva na průjezdy vozidel všemi úseky naplánovaných tras.

Pomocí skupiny podmínek (2) je vypočítán redukovaný počet vozidel projíždějících v konvoji. Pomocí prvního výrazu v podmínce b_{ij} je zohledněno vedoucí vozidlo, jehož spotřeba paliva pro tento model není ovlivněna. Následující výraz je suma všech vozidel pohybujících se v konvoji. Od této sumy je odečteno vedoucí vozidlo, aby nebylo ve vzorci uvedeno dvakrát. Následně je tento výraz vynásoben koeficientem η znázorňující spotřebu paliva vozidla sníženou o úsporu paliva vlivem menšího aerodynamického odporu vzduchu.

Skupina podmínek (3) zajišťuje, že pokud se na nějakém úseku vyskytují vozidla, hodnota b_{ij} bude 1. Pokud by tato podmínka nebyla zavedena, došlo by k tomu,

že software při optimalizaci kritéria uvedl hodnotu $b_{ij} = 0$ i v situaci, kdy se po daném úseku pohybují vozidla.

Skupina podmínek (4) zajišťuje, že když úsekem nebude projíždět žádné vozidlo, bude hodnota proměnné $b_{ij} = 0$.

Skupina podmínek (5) zajišťuje, aby každé vozidlo $n = 1, \dots, N$ vyjelo z výchozího uzlu s .

Skupina podmínek (6) zajišťuje, aby každé vozidlo $n = 1, \dots, N$ přijelo do cílového uzlu d_n své trasy.

Skupina podmínek (7) zajišťuje, aby vozidlo $n = 1, \dots, N$, které přijede do uzlu, který není pro něj uzlem cílovým, také z tohoto uzlu odjelo.

Zhodnocení optimalizační úlohy z hlediska požadavků reálného provozu:

Larssonův model uvažuje pouze s konstantní palivovou úsporou 10 % za každé vozidlo zařazené za vedoucí vozidlo. V literatuře ⁹ se však uvádí, že úspory vozidel v konvoji nejsou jednotné.

Tato nepřesnost Larssonova modelu se může nejvíce projevit při různých trasách, kde se mění počet vozidel v konvoji.

V tomto modelu jsou zohledněny pouze náklady na palivo. Nicméně, v nákladní dopravě je také podstatná část nákladů tvořena výběrem mýtného na zpoplatněných úsecích sítě pozemních komunikací. Z tohoto důvodu by měla být v modelu možnost zahrnout případné zpoplatnění úseků do vytvořených optimalizačních modelů, aby i v těchto případech byly vyhledány trasy vykazující nejnížší celkové náklady na spotřebu paliva a mýtné.

V dalším textu budou proto prezentovány dva nové modely, které budou:

1. zohledňovat rozdílné úspory u jednotlivých vozidel zařazených v konvoji,
2. zohledňovat rozdílné úspory u jednotlivých vozidel zařazených v konvoji a umožňovat započítat při jízdě konvoje po zpoplatněných úsecích i výši mýtného.

3.2 Model pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem a rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji

Larssonův lineární matematický model musí být upraven tak, aby vyhovoval následující úvaze. V případě, že úsekem nebude projíždět žádné vozidlo, musí být spotřeba paliva na daném úseku nulová. Když bude úsekem projíždět jedno vozidlo, je redukován počet vozidel z hlediska spotřeby paliva roven jedné. V případě, kdy úsekem projíždí konvoj složený ze dvou vozidel, je spotřeba paliva v ideálních podmínkách u vedoucího vozidla snížena přibližně o 5 % a u druhého – posledního vozidla je spotřeba paliva snížena o 11 %, což vyplývá z literatury.⁹

V případě, kdy úsekem projíždí konvoj složený ze tří a více vozidel, je snížení pro první a poslední vozidlo stejné jako u konvoje složeného ze dvou vozidel a pro ostatní vozidla (nacházející se uvnitř konvoje) je spotřeba paliva snížena o 13 % ve srovnání se samostatně jedoucím vozidlem, což rovněž vyplývá z literatury.⁹

Chceme-li vytvořit model zohledňující uvedené rozdílné úspory ve spotřebě paliva, potom v původním modelu (1) – (10) je nutno změnit přepočtovou podmínku (2) a doplnit další podmínky, prostřednictvím kterých budou identifikovány počty vozidel v konvoji na jednotlivých pozicích, a následně bude zajištěn jejich přepočet na redukováná vozidla, která umožní adekvátní snížení spotřeby paliva vozidel zařazených v konvoji. Za tím účelem je nutno při modifikaci původního modelu do modelu doplnit dvě nové skupiny proměnných modelujících výskyt a počty vozidel za vedoucím vozidlem na konci konvoje a uvnitř konvoje.

První skupina proměnných je tvořena bivalentními proměnnými z_{ij} . Když po skončení optimalizačního výpočtu bude proměnná $z_{ij} = 1$, bude to znamenat, že úsekem $(i, j) \in E$ bude projíždět konvoj složený z více než jednoho vozidla (bude započítáno poslední vozidlo, což se projeví v redukcí počtu reálných vozidel na hodnotu 0,84). Když po skončení optimalizačního výpočtu proměnná $z_{ij} = 0$, bude to znamenat, že úsekem $(i, j) \in E$ bude projíždět maximálně 1 vozidlo a redukce se neprojeví.

Druhá skupina proměnných je tvořena nezápornými celočíselnými proměnnými y_{ij} , které reprezentují počet vozidel jedoucích uvnitř konvoje (mezi vedoucím a posledním vozidlem). Když po skončení optimalizačního výpočtu bude proměnná $y_{ij} \geq 1$, bude to znamenat, že úsekem $(i, j) \in E$ bude projíždět konvoj složený z více než dvou

vozidel. Když po skončení optimalizačního výpočtu proměnná $y_{ij} = 0$, bude to znamenat, že úsekem $(i, j) \in E$ budou projíždět maximálně 2 vozidla.

Matematický model optimalizační úlohy má tvar:

$$\min h(x, y, z, b, g) = \sum_{(i,j) \in E} W_{ij} g_{ij} \quad (11)$$

za podmínek:

$$g_{ij} = b_{ij} + 0,87y_{ij} + 0,84z_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (12)$$

$$\sum_{n=1}^N x_{ijn} \leq 1 + 9z_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (13)$$

$$\sum_{n=1}^N x_{ijn} \leq 2 + y_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (14)$$

$$\sum_{n=1}^N x_{ijn} \leq N b_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (15)$$

$$b_{ij} \leq \sum_{n=1}^N x_{ijn} \quad (i, j) \in E \quad (16)$$

$$\sum_{j \in V} x_{sjn} = 1 \quad n = 1, \dots, N \quad (17)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jdnn} = 1 \quad n = 1, \dots, N \quad (18)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jin} = \sum_{j \in V} x_{ijn} \quad n = 1, \dots, N \quad (19)$$

$$b_{ij} \in \{0,1\} \quad (i, j) \in E \quad (20)$$

$$x_{ijn} \in \{0,1\} \quad (i, j) \in E \quad (21)$$

$$g_{ij} \geq 0 \quad (i, j) \in E \quad (22)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad (i, j) \in E \quad (23)$$

$$y_{ij} \in Z_0^+ \quad (i, j) \in E \quad (24)$$

Účelová funkce a skupiny podmínek (15) – (22) jsou převzaty z předchozího modelu, kde je možné k nim najít také komentář, protože jejich význam zůstává stejný. Podmínka (2) byla nově nahrazena podmínkami (12), (13) a (14). Prostřednictvím podmínky (12) je v nových podmínkách vypočítán redukovaný počet vozidel, který umožní započítat palivové úspory. Protože vedoucí vozidlo může úsekem projíždět i samostatně (potom se u něj neprojevuje palivová úspora), redukce prvního a posledního vozidla při jízdě

v konvoji je kvantifikována kumulovaně prostřednictvím redukce posledního vozidla. U posledního vozidla v konvoji tedy koeficient redukce činí 0,84, tedy spotřeba paliva bude o 16 % (5 % + 11 %) nižší, než kdyby první a poslední vozidlo projíždělo úsekem samostatně. Koeficientem 0,87 je redukováno každé vozidlo zařazené uvnitř konvoje, protože úspora paliva pro každé vozidlo zařazené uvnitř konvoje činí 13 %. Výraz $0,87y_{ij}$ potom udává redukovaný počet vozidel, který zohlední adekvátní nižší spotřebu pohonných hmot.

Skupina podmínek (13) zajišťuje pro každý úsek $(i, j) \in E$ proběhne relevantní přepočtení skutečného počtu vozidel na redukovaný počet u vedoucího a posledního vozidla v konvoji. V případě, že $z_{ij} = 1$, započítá se poslední vozidlo do redukovaného v podmínce (12) s koeficientem zohledňujícím úsporu obou vozidel. V tomto případě se sníží spotřeba paliva u vedoucího a posledního vozidla celkem o 16 %. Daná skupina podmínek zároveň omezuje maximální počet vozidel v konvoji na každém úseku na 10, protože hodnota výrazu $9z_{ij}$ může nabývat hodnoty maximálně 9 (v situaci, kdy $z_{ij} = 1$). Zdůvodnění je možno provést jednoduše. Stačí si uvědomit, že levá strana nerovnice vyjadřuje celkový počet vozidel projíždějících každým úsekem $(i, j) \in E$ a pravá strana nerovnice může nabýt maximálně $9z_{ij} + 1 = 10$. Příslušné relační znaménko potom zajistí, že počet vozidel v konvoji na úseku nesmí překročit maximální hodnotu pravé strany, což je 10.

Skupina omezujících podmínek (14) zajišťuje relevantní výpočet reálného počtu vozidel zařazených uvnitř konvoje. Skupina omezujících podmínek tak společně se skupinou (12) zajišťuje, že v případě vozidel uvnitř konvoje se palivová úspora projeví již od tří vozidel jedoucích v konvoji. Hodnota y_{ij} udává reálný počet vozidel uvnitř konvoje.

3.3 Model pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem, rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji a zohledněním zpoplatněných komunikací

V tomto modelu je kromě rozdílného snížení spotřeby paliva podle počtu vozidel zohledněn i výběr mýtného na zpoplatněných komunikacích. Podmínky musí být vytvořeny tak, aby zohledňovaly výběr mýtného současně se zohledněním spotřeby paliva. Při vytváření modelu zohledňujícího náklady spojené s platbami mýtného je nutné model upravit tak, aby se o hodnotu mýtného zvýšily náklady na jízdu vozidel. Protože náklady na jízdu vozidel jsou v modelu obsaženy pouze v účelové funkci, stačí

upravit do vhodného tvaru pouze tuto funkci. Na sazby mýtného se však zavedení technologie platooning nevztahuje (vztahuje na každé vozidlo samostatně), tedy ceny mýtného v jednotlivých úsecích je nutno násobit skutečnými (nikoliv redukovanými) počty vozidel, která danými úseky budou projíždět. Soustava omezujících podmínek zůstane ve srovnání s předchozím modelem nezměněna, neboť předchozí model (i původní Larssonův model) již obsahuje výraz reprezentující celkové počty vozidel projíždějících jednotlivými úseky.

Protože výše zaplaceného mýtného bude uvedena v peněžních jednotkách a dosud v účelové funkci figurovala spotřeba paliva (což bylo převzato z Larssonova modelu), je vhodné za účelem jednotkové homogenity všech členů účelové funkce vyjádřit hodnoty spotřeby paliva samostatně jedoucích vozidel v jednotlivých úsecích na finanční vyjádření. Z tohoto důvodu již se již nebude v účelové funkci vyskytovat veličina W_{ij} , ale bude nahrazena veličinou Q_{ij} vyjadřující odpovídající peněžní ekvivalent výše spotřeby W_{ij} .

Matematický model optimalizační úlohy má tvar:

$$\min h(x, y, z, b, g) = \sum_{(i,j) \in E} Q_{ij} g_{ij} + \sum_{(i,j) \in E} \sum_{n=1}^N D_{ij} x_{ijn} \quad (25)$$

za podmínek:

$$g_{ij} = b_{ij} + 0,87y_{ij} + 0,84z_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (26)$$

$$\sum_{n=1}^N x_{ijn} \leq 1 + 9z_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (27)$$

$$\sum_{n=1}^N x_{ijn} \leq 2 + y_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (28)$$

$$\sum_{n=1}^N x_{ijn} \leq N \cdot b_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (29)$$

$$b_{ij} \leq \sum_{n=1}^N x_{ijn} \quad (i, j) \in E \quad (30)$$

$$\sum_{j \in V} x_{sjn} = 1 \quad n = 1, \dots, N \quad (31)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jdn} = 1 \quad n = 1, \dots, N \quad (32)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jin} = \sum_{j \in V} x_{ijn} \quad \begin{array}{l} n = 1, \dots, N \\ i \in V \setminus \{s; d_n\} \end{array} \quad (33)$$

$$b_{ij} \in \{0,1\} \quad (i,j) \in E \quad (34)$$

$$x_{ijn} \in \{0,1\} \quad (i,j) \in E \quad (35)$$

$$g_{ij} \geq 0 \quad (i,j) \in E \quad (36)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad (i,j) \in E \quad (37)$$

$$y_{ij} \in Z_0^+ \quad (i,j) \in E \quad (38)$$

Funkce (25) v tomto modelu reprezentuje součet nákladů na spotřebované palivo a ceny mýtného za jízdu všech vozidel na zpoplatněných úsecích. Konstanta Q_{ij} v prvním členu účelové funkce reprezentuje náklady na spotřebu pohonných hmot při průjezdu jednoho vozidla po úseku $(i,j) \in E$ a proměnná g_{ij} udává redukovaný počet vozidel. Konstanta D_{ij} ve druhém členu účelové funkce udává cenu mýtného při průjezdu jednoho vozidla úsekem $(i,j) \in E$ a výraz $\sum_{n=1}^N x_{ijn}$ celkový počet vozidel projíždějících daným úsekem. Proto také druhý člen účelové funkce reprezentuje celkovou výši mýta zaplaceného za jízdu všech vozidel úsekem $(i,j) \in E$.

4 Výpočetní experimenty s vybranými modely

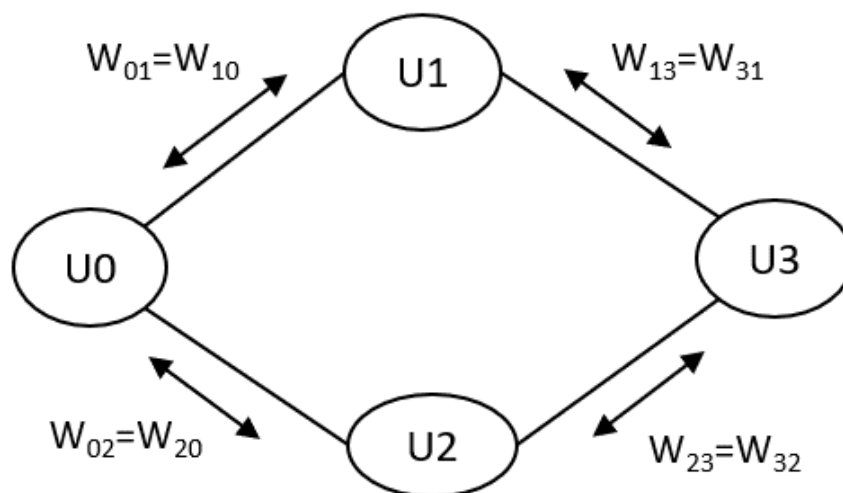
Výpočetní experimenty jsou do diplomové práce zařazeny z toho důvodu, aby se pomocí jednoduchých optimalizačních úloh ověřila správná funkce modelů popsaných v kapitole 3. Všechny výpočetní experimenty budou provedeny v optimalizačním software Xpress-IVE. Postup transformace matematických model do textu programu, se kterým pracuje optimalizační software Xpress-IVE, bude prezentován u prvního výpočetního experimentu, dále již budou uváděny pouze texty programů bez bližšího komentáře. Stejně tak nebudou uváděny matematické modely jednotlivých výpočetních experimentů, neboť jejich tvary jsou odvoditelné z textů publikovaných programů.

Celkem budou v kapitole 4 prezentovány výsledky čtyř výpočetních experimentů a to:

1. výpočetní experiment s původním Larssonovým modelem,
2. výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem a rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji,
3. výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem, rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji a zohledněním zpoplatnění komunikací,
4. výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem, rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji a zohledněním zpoplatnění komunikací v reálné síti

4.1 Výpočetní experiment s původním Larssonovým modelem

Výpočetní experiment s využitím Larssonova modelu bude realizován na jednoduchém modelovém příkladu sítě znázorněné na obr. 10.



Obr. 10: Schéma modelové dopravní sítě (autor)

Obr. 10 reprezentuje dopravní síť, v níž má dojít k přejezdům dvou vozidel, přičemž obě vozidla začínají svou trasu ve výchozím uzlu 0, cílovým uzlem prvního vozidla je uzel 3 a cílovým uzlem druhého vozidla je uzel 1.

V tab. 2 jsou zvoleny spotřeby paliva na průjezdy samostatných vozidel v jednotlivých úsecích sítě.

Tab. 2: Spotřebované palivo samostatného vozidla při průjezdu konkrétním úsekem (autor)

	U0	U1	U2	U3
U0	0	500	20	∞
U1	500	0	∞	50
U2	20	∞	0	30
U3	∞	50	30	0

Pro všechny úseky sítě platí, že spotřeba paliva je v obou směrech stejná. Z tabulky je již na první pohled zřejmé, že při správné funkci modelu by neměl být k přejezdům využíván úsek spojující uzly 0 a 1, jelikož spotřeba paliva při jeho průjezdu samostatně jedoucím vozidlem několikanásobně převyšuje hodnoty spotřeby paliva ostatních v úvahu přicházejících úseků.

Úkolem je minimalizovat hodnotu funkce spotřeby paliva.

Mezi některými uzly jsou v tab. 2 uvedeny hodnoty ∞ . Jedná se o případy, kdy mezi danými vrcholy nevedou hrany. Software Xpress-IVE neumí pracovat s hodnotou ∞ , proto musí být tyto hodnoty nahrazeny vhodnou – dostatečně velkou číselnou hodnotou, která bude symbol ∞ adekvátně nahrazovat, a jejímž účelem bude „spolehlivě vyloučit“ neexistující úseky z použití pro jízdu konvoje. Tato hodnota by měla

např. několikanásobně překračovat součet všech spotřeb paliva. Pro demonstrační příklad byla zvolena hodnota $W_{ij} = 99999$.

Při tvorbě textu programu nejprve musíme v první části textu stanovit základní informace o modelu. Text každého programu je zahajován klíčovým slovem „model“, za které se doplní jednoslovný název modelu. Tedy například:

```
model platooning
```

V druhém řádku textu programu je uveden příkaz

```
„uses "mmxprs".
```

Následně se v textu programu uvádí deklarční část zahajovaná klíčovým slovem „declarations“, která obsahuje označení množin polí (indexů) vystupujících v modelu a jejich rozsahů, označení a definování konstant typu pole a označení a definování všech proměnných vystupujících v modelu.

Symbol N vyjadřuje maximální počet nákladních vozidel. V tomto případě je počet vozidel $N = 2$. Maximální hodnota indexu vrcholu vyskytující se ve vzorovém příkladu je 3, proto je rozsah indexu vrcholů $(0 \dots 3)$. Následně je definována veličina W a pomocí zápisu „array(vrchol, vrchol) of real“ je definováno, že se jedná o reálnou konstantu typu pole (se dvěma indexy vztahujícími se k vrcholům, tedy nabývajících hodnoty $0 \dots 3$). Symboly g , b a x reprezentují proměnné, a protože jsou všechny typu pole, jsou v deklarční části textu programu charakterizovány zápisem „array(vrchol, vrchol) of mpvar“, v případě proměnné x přibývá ještě index vozidla. Ukončení deklarční části se provádí pomocí klíčového slova „end-declarations“.

Deklarční část modelového příkladu má tvar:

```
declarations
```

```
N=2
```

```
m=3
```

```
voz=1..N
```

```
vrchol=0..m
```

```
W:array(vrchol, vrchol) of real
```

```
g:array(vrchol, vrchol) of mpvar
```

```
b:array(vrchol, vrchol) of mpvar
```

```
x:array(vrchol, vrchol, voz) of mpvar
```

```
end-declarations
```

V další části textu programu se definují konkrétní hodnoty všech konstant, v případě demonstračního příkladu tedy hodnoty konstant W a η . Veličina η reprezentuje koeficient snížení spotřeby paliva vlivem nižšího aerodynamického odporu. V textu programu je označena výrazem ny a její hodnota je pro modelový příklad nastavena na 0,9. Konstanta ny není typu pole a je definována způsobem:

```
ny:=0.9
```

Konstanta W je typu pole a je definována způsobem:

```
W::[0,500,20,99999,
    500,0,99999,50,
    20,99999,0,30,
    99999,50,30,0]
```

Po zapsání všech podmínek vyskytujících se v modelu (2) – (10) je pomocí příkazu `minimize(h)` vyhledána minimální hodnota veličiny h , která znázorňuje celkovou spotřebu paliva.

Následně je žádoucí požádat o výpisy hodnot proměnných b_{ij} , x_{ijn} , g_{ij} a o vypočítanou celkovou hodnotu spotřeby paliva. Text programu je ukončen pomocí klíčového slova `end-model`.

Kompletní text programu pro řešení Larssonova modelu má následující tvar:

```
model platooning
uses "mmxprs"
declarations
N=2
m=3
voz=1..N
vrchol=0..3
W:array(vrchol,vrchol)of real
g:array(vrchol,vrchol)of mpvar
b:array(vrchol,vrchol)of mpvar
x:array(vrchol,vrchol,voz)of mpvar
end-declarations
ny:=0.9
W::[0,500,20,99999,
    500,0,99999,50,
    20,99999,0,30,
    99999,50,30,0]
h:=sum(i in vrchol,j in vrchol)W(i,j)*g(i,j)
g(0,1)=b(0,1)+ny*(sum(n in voz)x(0,1,n)-b(0,1))
g(0,2)=b(0,2)+ny*(sum(n in voz)x(0,2,n)-b(0,2))
g(1,3)=b(1,3)+ny*(sum(n in voz)x(1,3,n)-b(1,3))
g(2,3)=b(2,3)+ny*(sum(n in voz)x(2,3,n)-b(2,3))
```

```

g(1,0)=b(1,0)+ny*(sum(n in voz)x(1,0,n)-b(1,0))
g(2,0)=b(2,0)+ny*(sum(n in voz)x(2,0,n)-b(2,0))
g(3,1)=b(3,1)+ny*(sum(n in voz)x(3,1,n)-b(3,1))
g(3,2)=b(3,2)+ny*(sum(n in voz)x(3,2,n)-b(3,2))
sum(n in voz)x(0,1,n)<=N*b(0,1)
sum(n in voz)x(0,2,n)<=N*b(0,2)
sum(n in voz)x(1,3,n)<=N*b(1,3)
sum(n in voz)x(2,3,n)<=N*b(2,3)
sum(n in voz)x(1,0,n)<=N*b(1,0)
sum(n in voz)x(2,0,n)<=N*b(2,0)
sum(n in voz)x(3,1,n)<=N*b(3,1)
sum(n in voz)x(3,2,n)<=N*b(3,2)
b(0,1)<=sum(n in voz)x(0,1,n)
b(0,2)<=sum(n in voz)x(0,2,n)
b(1,3)<=sum(n in voz)x(1,3,n)
b(2,3)<=sum(n in voz)x(2,3,n)
b(1,0)<=sum(n in voz)x(1,0,n)
b(2,0)<=sum(n in voz)x(2,0,n)
b(3,1)<=sum(n in voz)x(3,1,n)
b(3,2)<=sum(n in voz)x(3,2,n)
forall(n in voz) sum(j in 1..2)x(0,j,n)=1
x(1,3,1)+x(2,3,1)=1
x(0,1,2)+x(3,1,2)=1
x(0,1,1)+x(3,1,1)=x(1,0,1)+x(1,3,1)
x(0,2,1)+x(3,2,1)=x(2,0,1)+x(2,3,1)
x(0,2,2)+x(3,2,2)=x(2,0,2)+x(2,3,2)
x(2,3,2)+x(1,3,2)=x(3,2,2)+x(3,1,2)
forall(i in vrchol,j in vrchol)b(i,j)is_binary
forall(i in vrchol,j in vrchol,n in voz)x(i,j,n)is_integer
minimize(h)
writeln("Celkova spotřeba paliva je ",getobjval)
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(g(i,j))>0)writeln("g(",i,"",j,"")=",getsol(g(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(b(i,j))>0)writeln("b(",i,"",j,"")=",getsol(b(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol,n in voz|getsol(x(i,j,n))>0)writeln("x(",i,"",j,"",n,"")=",getsol(x(i,j,n)))
end-model

```

Po skončení optimalizačního výpočtu tohoto modelu je zobrazen výpis výsledků:

Celkova spotřeba paliva je 145

g(0,2)=1.9

g(2,3)=1.9

g(3,1)=1

b(0,2)=1

b(2,3)=1

b(3,1)=1

x(0,2,1)=1

x(0,2,2)=1

x(2,3,1)=1

x(2,3,2)=1

$$x(3,1,2)=1$$

Interpretace získaného řešení

Ve výpisech je nejdříve uvedena hodnota celkové spotřeby pohonných hmot, která činí 145 litrů.

Hodnoty g_{ij} udávají přepočtené počty vozidel v konvoji pohybujícím se po jednotlivých hranách modelové sítě, ze kterých se počítá spotřeba paliva na trase reprezentované hranou. Např. hodnota proměnné $g(0,2)$ reprezentuje redukovaný počet vozidel projíždějících z uzlu 0 do uzlu 2. Hodnota 1,9 reprezentuje situaci, kdy se u vedoucího vozidla započítala plná spotřeba a u druhého vozidla spotřeba ve výši 0,9 násobku plné spotřeby paliva (vlivem nižšího aerodynamického odporu u druhého vozidla).

Hodnoty b_{ij} reprezentují, jestli alespoň jedno z vozidel projelo uvedenou hranu. Například, když $b(0,2) = 1$, potom to znamená, že alespoň jedno vozidlo projelo hranou z uzlu 0 do uzlu 2.

Hodnoty proměnných x_{ijn} popisují trasy jednotlivých vozidel (úseky pojížděné jednotlivými vozidly). Např. z výsledku $x(0,2,1) = 1$ lze vyčíst, že první vozidlo projelo hranou vedoucí z uzlu 0 do uzlu 2. Pomocí hodnot proměnných x_{ijn} lze potom sestavit trasy jednotlivých vozidel. První vozidlo vyjíždí z uzlu 0, jede přes uzel 2 a ukončí svoji trasu v uzlu 3. Druhé vozidlo jede stejnou trasou, ale svoji trasu neukončí v uzlu 3, ale pokračuje do svého koncového uzlu a tím je uzel 1.

Na obr. 11 je uvedeno stavové hlášení o výsledcích výpočetního experimentu s původním Larssonovým modelem. Je zde vidět informaci o dosažení optima, vypočítanou hodnotu účelové funkce a dobu výpočtu.

Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	32	Rows(constraints):	19
Columns(variables):	36	Columns(variables):	19
Nonzero elements:	104	Nonzero elements:	60
Global entities:	24	Global entities:	19
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	1
Simplex iterations:	4	Depth:	1
Objective:	142.5	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	145
Time:	0.0s	Best solution:	145
		Gap:	0%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.0s

Obr. 11: Stavové hlášení z optimalizačního software Xpress-IVE po vyřešení původního Larssonova modelu

4.2 Výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem a rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji

Postup tvorby modelu a jeho řešení bude demonstrován na příkladu stejné modelové sítě, jako v podkapitole 4.1. Aby bylo možno prokázat plnou funkčnost doplněných podmínek, bylo nutno, aby byla možnost zařadit alespoň jedno vozidlo dovnitř konvoje. Z tohoto důvodu byl, na rozdíl od předchozí úlohy, počet vozidel, která mají projet síť z uzlu 0, zvýšen na 3. Cílovým uzlem prvního a třetího vozidla je uzel 3, cílovým uzlem druhého vozidla zůstává uzel 1.

Spotřeby paliva pro jednotlivé úseky jsou totožné jako u předchozího modelu a jsou uvedeny v tab. 3.

Tab. 3: Spotřebované palivo jednoho vozidla při průjezdu konkrétní hranou (autor)

	U0	U1	U2	U3
U0	0	500	20	∞
U1	500	0	∞	50
U2	20	∞	0	30
U3	∞	50	30	0

Text programu pro první navržený model má následující tvar:

```

model platooning_2
uses "mmxprs"
declarations
N=3
m=3
voz=1..N
vrchol=0..3
W:array(vrchol,vrchol)of real
g:array(vrchol,vrchol)of mpvar
b:array(vrchol,vrchol)of mpvar
y:array(vrchol,vrchol)of mpvar
z:array(vrchol,vrchol)of mpvar
x:array(vrchol,vrchol,voz)of mpvar
end-declarations
W::[0,500,20,99999,
500,0,99999,50,
20,99999,0,30,
99999,50,30,0]
h:=sum(i in vrchol,j in vrchol)W(i,j)*g(i,j)
g(0,1)=b(0,1)+0.87*y(0,1)+0.84*z(0,1)
g(0,2)=b(0,2)+0.87*y(0,2)+0.84*z(0,2)
g(1,3)=b(1,3)+0.87*y(1,3)+0.84*z(1,3)
g(2,3)=b(2,3)+0.87*y(2,3)+0.84*z(2,3)
g(1,0)=b(1,0)+0.87*y(1,0)+0.84*z(1,0)
g(2,0)=b(2,0)+0.87*y(2,0)+0.84*z(2,0)
g(3,1)=b(3,1)+0.87*y(3,1)+0.84*z(3,1)
g(3,2)=b(3,2)+0.87*y(3,2)+0.84*z(3,2)
sum(n in voz)x(0,1,n)-1<=9*z(0,1)
sum(n in voz)x(0,2,n)-1<=9*z(0,2)
sum(n in voz)x(1,3,n)-1<=9*z(1,3)
sum(n in voz)x(2,3,n)-1<=9*z(2,3)
sum(n in voz)x(0,1,n)-2<=y(0,1)
sum(n in voz)x(0,2,n)-2<=y(0,2)
sum(n in voz)x(1,3,n)-2<=y(1,3)
sum(n in voz)x(2,3,n)-2<=y(2,3)
sum(n in voz)x(0,1,n)<=N*b(0,1)
sum(n in voz)x(0,2,n)<=N*b(0,2)
sum(n in voz)x(1,3,n)<=N*b(1,3)
sum(n in voz)x(2,3,n)<=N*b(2,3)
sum(n in voz)x(1,0,n)<=N*b(1,0)
sum(n in voz)x(2,0,n)<=N*b(2,0)
sum(n in voz)x(3,1,n)<=N*b(3,1)
sum(n in voz)x(3,2,n)<=N*b(3,2)
b(0,1)<=sum(n in voz)x(0,1,n)
b(0,2)<=sum(n in voz)x(0,2,n)
b(1,3)<=sum(n in voz)x(1,3,n)
b(2,3)<=sum(n in voz)x(2,3,n)

```

```

b(1,0)<=sum(n in voz)x(1,0,n)
b(2,0)<=sum(n in voz)x(2,0,n)
b(3,1)<=sum(n in voz)x(3,1,n)
b(3,2)<=sum(n in voz)x(3,2,n)
forall(n in voz) sum(j in 1..2)x(0,j,n)=1
x(1,3,1)+x(2,3,1)=1
x(0,1,2)+x(3,1,2)=1
x(1,3,3)+x(2,3,3)=1
x(0,1,1)+x(3,1,1)=x(1,0,1)+x(1,3,1)
x(0,2,1)+x(3,2,1)=x(2,0,1)+x(2,3,1)
x(0,2,2)+x(3,2,2)=x(2,0,2)+x(2,3,2)
x(2,3,2)+x(1,3,2)=x(3,2,2)+x(3,1,2)
x(0,1,3)+x(3,1,3)=x(1,0,3)+x(1,3,3)
x(0,2,3)+x(3,2,3)=x(2,0,3)+x(2,3,3)
forall(i in vrchol,j in vrchol)b(i,j)is_binary
forall(i in vrchol,j in vrchol,n in voz)x(i,j,n)is_integer
forall(i in vrchol,j in vrchol)y(i,j)is_integer
forall(i in vrchol,j in vrchol)z(i,j)is_integer
minimize(h)
writeln("Celkova spotreba paliva je ",getobjval)
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(g(i,j))>0)writeln("g(",i,"",j,"")=",getsol(g(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(b(i,j))>0)writeln("b(",i,"",j,"")=",getsol(b(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(y(i,j))>0)writeln("y(",i,"",j,"")=",getsol(y(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(z(i,j))>0)writeln("z(",i,"",j,"")=",getsol(z(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol,n in voz|getsol(x(i,j,n))>0)writeln("x(",i,"",j,"",n,"")=",getsol(x(i,j,n)))
end-model

```

Po skončení optimalizačního výpočtu byly vypsány následující výsledky:

```

Celkova spotreba paliva je 185.5
g(0,2)=2.71
g(2,3)=2.71
g(3,1)=1
b(0,2)=1
b(2,3)=1
b(3,1)=1
y(0,2)=1
y(2,3)=1
z(0,2)=1
z(2,3)=1
x(0,2,1)=1
x(0,2,2)=1
x(0,2,3)=1
x(2,3,1)=1
x(2,3,2)=1
x(2,3,3)=1
x(3,1,2)=1

```

Interpretace získaného řešení

Ve výpisech je opět nejdříve uvedena hodnota celkové spotřeby pohonných hmot, která činí 185,5 litrů.

Hodnoty proměnných g_{ij} udávají redukované počty vozidel v konvoji, pro které se vypočítá spotřeba paliva jejich průjezdy jednotlivými úseky modelové sítě. Např. proměnná $g(0,2)$ s hodnotou 2,71 signalizuje, že úsekem z uzlu 0 do uzlu 2 projíždějí všechna tři vozidla. První vozidlo má spotřebu paliva 95 %, druhé vozidlo má spotřebu paliva 87 % a poslední vozidlo má spotřebu paliva 89 % ve srovnání s palivovou spotřebou samostatně jedoucího vozidla. Redukovaný počet vozidel na průjezd úsekem z uzlu 0 do uzlu 2 je 2,71, a tedy spotřeba za všechna tři vozidla se vypočítá jako 2,71 násobek spotřeby samostatně jedoucího vozidla.

Hodnota b_{ij} opět znázorňuje, jestli alespoň jedno z vozidel projelo uvedenou hranou. Například $b(0,2) = 1$ uvádí, že alespoň jedno vozidlo projelo hranou z uzlu 0 do uzlu 2.

Pomocí hodnot proměnných x_{ijn} byly opět sestaveny trasy jednotlivých vozidel. První a třetí vozidlo vyjíždí z uzlu 0, jede přes uzel 2 a ukončí svoji trasu v uzlu 3. Druhé vozidlo jede stejnou trasou, ale svoji trasu neukončí v uzlu 3, ale pokračuje do svého koncového uzlu 1.

Hodnoty proměnných y_{ij} udávají počty vozidel nacházejících se uvnitř konvoje na daných úsecích. Protože podle výpisu výsledků platí, že $y(0,2) = 1$ a $y(2,3) = 1$, bude to znamenat, že v úsecích z uzlu 0 do uzlu 2 a z uzlu 2 do uzlu 3 pojedou uvnitř konvoje 1 vozidlo tzn. že konvoj bude celkově složený ze 3 vozidel.

Hodnoty proměnných z_{ij} reprezentují výskyt posledního vozidla v případě, že je konvoj složen minimálně ze dvou vozidel. Protože podle výpisu platí, že $z(0,2) = 1$ a $z(2,3) = 1$, znamená to, že v uvedených dvou úsecích pojedou v konvoji minimálně 2 vozidla. Hodnota proměnné $z(3,1)$ není ve výpise výsledků uvedena (v textu programu bylo požádáno pouze o výpis proměnných s hodnotami 1), to znamená, že její hodnota je rovna 0, což odpovídá situaci, protože v tomto úseku pojedou pouze samostatné vozidlo, a tedy úspora ve spotřebě paliva nevzniká.

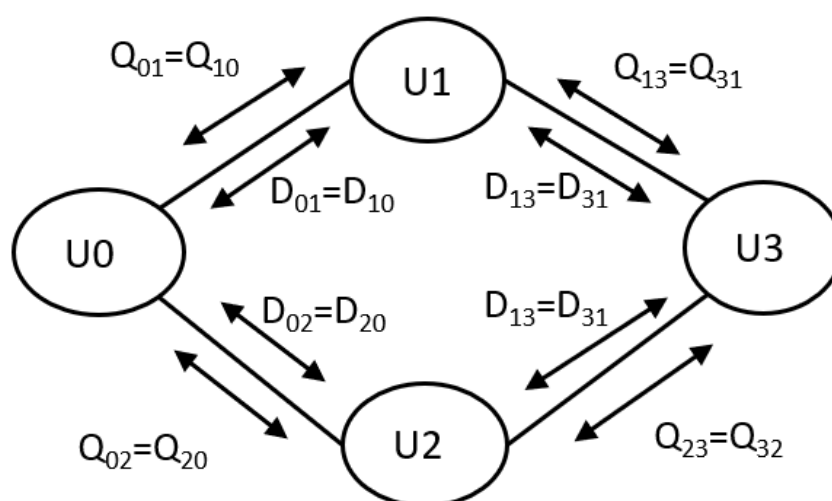
Na obr. 12 je uvedeno stavové hlášení o výsledcích výpočetního experimentu s rozdílnými úsporami pohonných hmot. Je zde vidět informaci o dosažení optima, vypočítanou hodnotu účelové funkce a dobu výpočtu.

Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	44	Rows(constraints):	29
Columns(variables):	60	Columns(variables):	33
Nonzero elements:	164	Nonzero elements:	116
Global entities:	48	Global entities:	33
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	1
Simplex iterations:	17	Depth:	1
Objective:	126.8	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	185.5
Time:	0.0s	Best solution:	185.5
		Gap:	0%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.0s

Obr. 12: Stavové hlášení z optimalizačního software Xpress-IVE po vyřešení modelu s rozdílnými úsporami pohonných hmot

4.3 Výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem, rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji a zohledněním zpoplatnění komunikací

Postup tvorby modelu a jeho řešení bude demonstrován příkladu reálné dopravní sítě s doplněnými hodnotami zpoplatnění, viz obr. 13.



Obr. 13: Schéma modelové dopravní sítě (autor)

Obr. 13 reprezentuje dopravní síť, v níž má dojít k následujícím přejezdům tří vozidel, přičemž všechna vozidla začínají svou jízdu ve výchozím uzlu 0, cílovým uzlem prvního a třetího vozidla je uzel 3, cílovým uzlem druhého vozidla je uzel 1.

V tab. 4 jsou uvedeny palivové náklady na průjezd jednoho vozidla konkrétním úsekem.

Tab. 4: Palivové náklady na průjezd jednoho vozidla konkrétním úsekem (autor)

	U0	U1	U2	U3
U0	0	500	20	∞
U1	500	0	∞	5
U2	20	∞	0	30
U3	∞	50	30	0

V tab. 5 jsou uvedeny hodnoty mýtných nákladů na průjezd jednoho vozidla konkrétním zpoplatněným úsekem.

Tab. 5: Mýtné náklady na průjezd jednoho vozidla konkrétním úsekem (autor)

	U0	U1	U2	U3
U0	0	0	320	∞
U1	0	0	∞	250
U2	320	∞	0	480
U3	∞	250	480	0

Pro všechny úseky sítě platí, že palivové náklady a poplatky za průjezd jednotlivými úseky jsou stejné v obou směrech.

Po zapsání podmínek (25) – (38) je pomocí příkazu minimize(h) vyhledána minimální hodnota veličiny h, která znázorňuje celkové náklady na spotřebované palivo a náklady na průjezd vozidel zpoplatněnými úseky.

Text programu pro druhý navržený model má následující tvar:

```
model platooning_3
uses "mmxprs"
declarations
N=3
m=3
voz=1..N
vrchol=0..3
Q:array(vrchol,vrchol)of real
g:array(vrchol,vrchol)of mpvar
b:array(vrchol,vrchol)of mpvar
y:array(vrchol,vrchol)of mpvar
z:array(vrchol,vrchol)of mpvar
x:array(vrchol,vrchol,voz)of mpvar
```

```

D:array(vrchol, vrchol) of real
end-declarations
Q::[0,500,20,99999,
500,0,99999,50,
20,99999,0,30,
99999,50,30,0]
D::[0,0,320,99999,
0,0,99999,250,
320,99999,0,480,
99999,250,480,0]
h:=sum(i in vrchol,j in vrchol)Q(i,j)*g(i,j)+ sum(i in vrchol,j in vrchol, n in voz)D(i,j)*x(i,j,n)
g(0,1)=b(0,1)+0.87*y(0,1)+0.84*z(0,1)
g(0,2)=b(0,2)+0.87*y(0,2)+0.84*z(0,2)
g(1,3)=b(1,3)+0.87*y(1,3)+0.84*z(1,3)
g(2,3)=b(2,3)+0.87*y(2,3)+0.84*z(2,3)
g(1,0)=b(1,0)+0.87*y(1,0)+0.84*z(1,0)
g(2,0)=b(2,0)+0.87*y(2,0)+0.84*z(2,0)
g(3,1)=b(3,1)+0.87*y(3,1)+0.84*z(3,1)
g(3,2)=b(3,2)+0.87*y(3,2)+0.84*z(3,2)
sum(n in voz)x(0,1,n)-1<=9*z(0,1)
sum(n in voz)x(0,2,n)-1<=9*z(0,2)
sum(n in voz)x(1,3,n)-1<=9*z(1,3)
sum(n in voz)x(2,3,n)-1<=9*z(2,3)
sum(n in voz)x(0,1,n)-2<=y(0,1)
sum(n in voz)x(0,2,n)-2<=y(0,2)
sum(n in voz)x(1,3,n)-2<=y(1,3)
sum(n in voz)x(2,3,n)-2<=y(2,3)
sum(n in voz)x(0,1,n)<=N*b(0,1)
sum(n in voz)x(0,2,n)<=N*b(0,2)
sum(n in voz)x(1,3,n)<=N*b(1,3)
sum(n in voz)x(2,3,n)<=N*b(2,3)
sum(n in voz)x(1,0,n)<=N*b(1,0)
sum(n in voz)x(2,0,n)<=N*b(2,0)
sum(n in voz)x(3,1,n)<=N*b(3,1)
sum(n in voz)x(3,2,n)<=N*b(3,2)
b(0,1)<=sum(n in voz)x(0,1,n)
b(0,2)<=sum(n in voz)x(0,2,n)
b(1,3)<=sum(n in voz)x(1,3,n)
b(2,3)<=sum(n in voz)x(2,3,n)
b(1,0)<=sum(n in voz)x(1,0,n)
b(2,0)<=sum(n in voz)x(2,0,n)
b(3,1)<=sum(n in voz)x(3,1,n)
b(3,2)<=sum(n in voz)x(3,2,n)
forall(n in voz) sum(j in 1..2)x(0,j,n)=1
x(1,3,1)+x(2,3,1)=1
x(0,1,2)+x(3,1,2)=1
x(1,3,3)+x(2,3,3)=1
x(0,1,1)+x(3,1,1)=x(1,0,1)+x(1,3,1)
x(0,2,1)+x(3,2,1)=x(2,0,1)+x(2,3,1)

```

```

x(0,2,2)+x(3,2,2)=x(2,0,2)+x(2,3,2)
x(2,3,2)+x(1,3,2)=x(3,2,2)+x(3,1,2)
x(0,1,3)+x(3,1,3)=x(1,0,3)+x(1,3,3)
x(0,2,3)+x(3,2,3)=x(2,0,3)+x(2,3,3)
forall(i in vrchol,j in vrchol)b(i,j)is_binary
forall(i in vrchol,j in vrchol,n in voz)x(i,j,n)is_integer
forall(i in vrchol,j in vrchol)y(i,j)is_integer
forall(i in vrchol,j in vrchol)z(i,j)is_integer
minimize(h)
writeln("Celkove naklady na palivo a mytne jsou",getobjval)
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(g(i,j))>0)writeln("g(",i,"",j,"")=",getsol(g(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(b(i,j))>0)writeln("b(",i,"",j,"")=",getsol(b(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(y(i,j))>0)writeln("y(",i,"",j,"")=",getsol(y(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol|getsol(z(i,j))>0)writeln("z(",i,"",j,"")=",getsol(z(i,j)))
forall(i in vrchol,j in vrchol,n in voz|getsol(x(i,j,n))>0)writeln("x(",i,"",j,"",n,"")=",getsol(x(i,j,n)))
end-model

```

Po skončení optimalizačního výpočtu byly vypsány následující výsledky:

Celkove naklady na palivo a mytne jsou 1947

$g(0,1)=2.71$

$g(1,3)=1.84$

$b(0,1)=1$

$b(1,3)=1$

$y(0,1)=1$

$z(0,1)=1$

$z(1,3)=1$

$x(0,1,1)=1$

$x(0,1,2)=1$

$x(0,1,3)=1$

$x(1,3,1)=1$

$x(1,3,3)=1$

Ve výpisech je uvedena hodnota součtu nákladů pohonných hmot a mýtného za všechna vozidla, která činí 1 947 peněžních jednotek. Interpretace hodnot jednotlivých proměnných po ukončení optimalizačního výpočtu je totožná jako v případě předchozího experimentu.

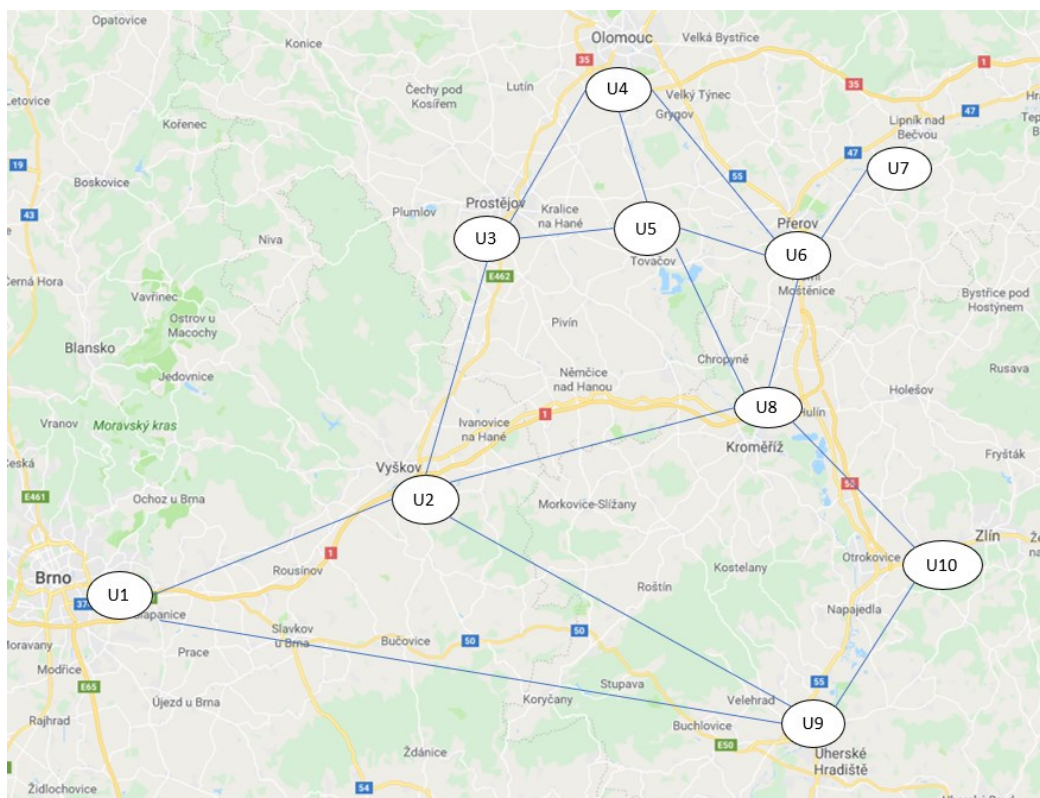
Na obr. 14 je uvedeno stavové hlášení o výsledcích výpočetního experimentu s rozdílnými úsporami pohonných hmot a zohledněním mýtného. Je zde vidět informaci o dosažení optima, vypočítanou hodnotu účelové funkce a dobu výpočtu.

Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	44	Rows(constraints):	29
Columns(variables):	72	Columns(variables):	33
Nonzero elements:	164	Nonzero elements:	116
Global entities:	60	Global entities:	33
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	1
Simplex iterations:	9	Depth:	1
Objective:	1626.67	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	1947
Time:	0.0s	Best solution:	1947
		Gap:	0%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.0s

Obr. 14: Stavové hlášení z optimalizačního software Xpress-IVE po vyřešení modelu s rozdílnými úsporami pohonných hmot a zohledněním mýtného

4.4 Výpočetní experiment s navrženým modelem pro časově neomezenou technologii platooning s jedním zdrojovým uzlem, rozdílnými úsporami pohonných hmot v závislosti na zařazení vozidel v konvoji a zohledněním zpoplatnění komunikací v reálné síti

V této podkapitole bude prezentována aplikace optimalizačního přístupu v situaci, která se svými parametry blíží reálnému provozu. Pro realizaci výpočetního experimentu byl vybrán fragment sítě znázorněný na obr. 15.



Obr. 15: Fragment reálné sítě pro výpočetní experiment ¹⁷

Na obr. 15 jsou vybraná obsluhovaná místa v dopravní síti a výchozí místo vozidel znázorněna pomocí uzlů. Hranami jsou na obr. 15 znázorněny reálné úseky komunikační sítě spojující jednotlivé uzly, ke kterým jsou v tab. 6 uvedeny kilometrické vzdálenosti.

Tab. 6: Kilometrické vzdálenosti mezi uzly (autor)

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10
U1	0	32,6	-	-	-	-	-	-	61,7	-
U2	32,6	0	24,4	-	-	-	-	34,3	46,5	-
U3	-	24,4	0	18,6	12,9	-	-	-	-	-
U4	-	-	18,6	0	14,7	19,8	-	-	-	-
U5	-	-	12,9	14,7	0	13,9	-	21,8	-	-
U6	-	-	-	19,8	13,9	0	15,2	14	-	-
U7	-	-	-	-	-	15,2	0	-	-	-
U8	-	34,3	-	-	21,8	14	-	0	-	16,9
U9	61,7	46,5	-	-	-	-	-	-	0	18
U10	-	-	-	-	-	-	-	16,9	18	0

V tomto experimentu neberu v úvahu rozdílné průměrné spotřeby paliva na různé úseky. Dále jsou v tomto experimentu zanedbány spotřeby pohonných hmot při průjezdech uzly.

Spotřebované palivo na průjezd jednoho vozidla konkrétním úsekem se vypočítá z kilometrické vzdálenosti konkrétního úseku, která je vynásobena průměrnou spotřebou pohonných hmot. Průměrnou spotřebu pro tento konkrétní model jsem stanovil na 35 litrů pohonných hmot na 100 km.

Tab. 7: Množství spotřebovaného paliva potřebného na průjezd jednoho vozidla konkrétní hranou (autor)

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10
U1	0	11,41	-	-	-	-	-	-	21,6	-
U2	11,41	0	8,54	-	-	-	-	12,01	16,28	-
U3	-	8,54	0	6,51	4,52	-	-	-	-	-
U4	-	-	6,51	0	5,15	6,93	-	-	-	-
U5	-	-	4,52	5,15	0	4,87	-	7,63	-	-
U6	-	-	-	6,93	4,87	0	5,32	4,9	-	-
U7	-	-	-	-	-	5,32	0	-	-	-
U8	-	12,01	-	-	7,63	4,9	-	0	-	5,92
U9	21,60	16,28	-	-	-	-	-	-	0,00	6,30
U10	-	-	-	-	-	-	-	5,92	6,3	0

Náklady na spotřebované palivo při projetí jednotlivých úseků se vypočítají pomocí spotřebovaného paliva na průjezd konkrétním úsekem, která je vynásobena teoretickou cenou pohonných hmot, která byla pro tento konkrétní experiment stanovena na 30 peněžních jednotek za jeden litr pohonných hmot.

Pro přesné zjištění nákladů je žádoucí zjistit spotřeby paliva pro konkrétní úseky dopravní sítě. Celkové náklady na spotřebované palivo při průjezdu jednoho vozidla pro konkrétní úseky jsou uvedeny v tab. 8.

Tab. 8: Náklady na spotřebované palivo pro konkrétní úseky dopravní sítě (autor)

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10
U1	0	342,3	-	-	-	-	-	-	647,85	-
U2	342,3	0	256,2	-	-	-	-	360,15	488,25	-
U3	-	256,2	0	195,3	135,45	-	-	-	-	-
U4	-	-	195,3	0	154,35	207,9	-	-	-	-
U5	-	-	135,45	154,35	0	145,95	-	228,9	-	-
U6	-	-	-	207,9	145,95	0	159,6	147	-	-
U7	-	-	-	-	-	159,6	0	-	-	-
U8	-	360,15	-	-	228,9	147	-	0	-	177,45
U9	647,85	488,25	-	-	-	-	-	-	0	189
U10	-	-	-	-	-	-	-	177,45	189	0

V dalším kroku byly vypočítány hodnoty mýtného pro jednotlivé zpoplatněné úseky. Pro výpočet nákladnosti bylo vycházeno z délek úseků nacházejících se na zpoplatněných komunikacích, které jsou znázorněny na obr. 16.

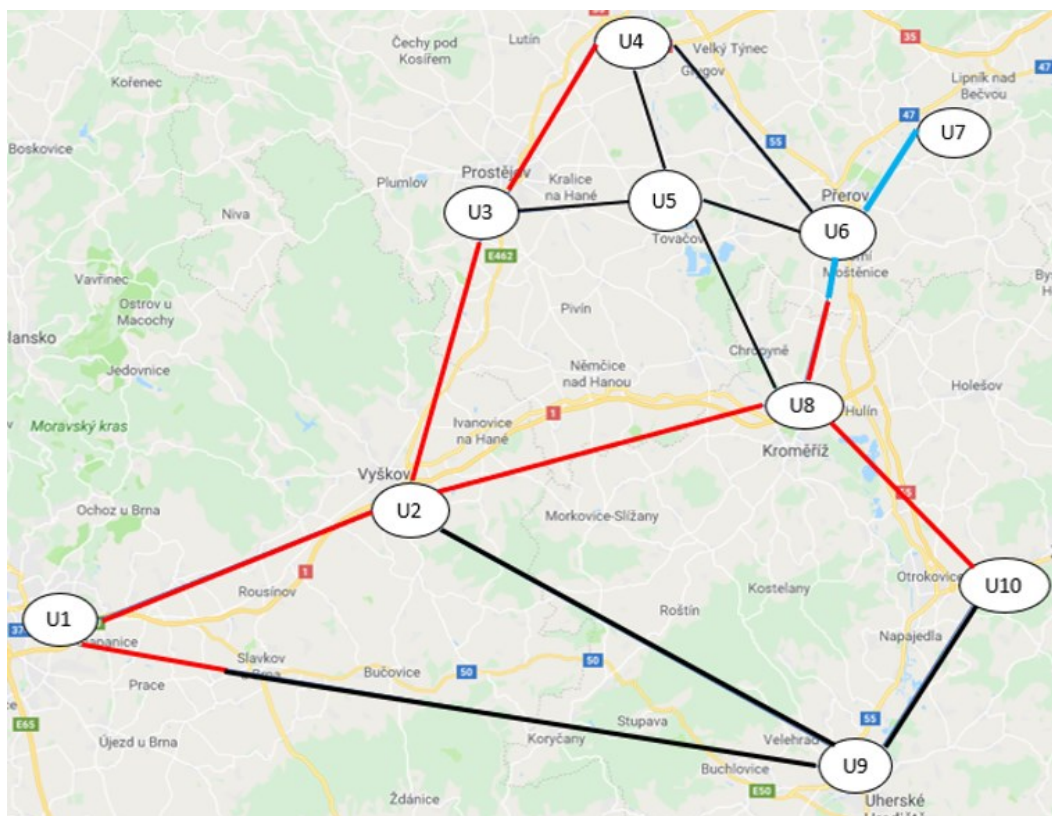


Obr. 16: Zpoplatněné úseky vybrané oblasti¹⁸

V reálných podmínkách je výběr mýtného zajištěn pomocí tzv. úsekových mýtných bran. Z tohoto důvodu zde může dojít k mírné odchylce od skutečných mýtných poplatků.

Sazby mýtného se liší podle druhu komunikace, počtu náprav celé soupravy a emisní třídy vozidla. Pro potřeby experimentu byla vybrána souprava se 4 a více nápravami a motorová vozidla splňující emisní normu EURO 6.

Pro snazší orientaci byl vytvořen obr. 17 se znázorněním jednotlivých úseků dopravní sítě podle druhu komunikace. Červené hrany znázorňují úseky mezi jednotlivými uzly trasy, které jsou vedeny po dálnicích nebo rychlostních silnicích, modré hrany znázorňují trasy, které jsou vedeny po silnicích I. třídy. Černé hrany znázorňují trasy, které jsou vedeny po ostatních komunikacích.



Obr. 17: Schématické znázornění druhu komunikace vybrané oblasti¹⁷

V následující tabulce jsou uvedeny sazby mýtného podle druhu komunikace a emisní třídy motorových vozidel (pro řešený případ byly uvažována sazby určené pro jízdu mimo pátek a časové rozmezí 15 – 20 h).

Tab. 9: Sazby mýtného podle druhů komunikací a emisních tříd motorových vozidel¹⁹

emisní třída	EURO 0-II			EURO III-IV			EURO V			tarif Euro6 EURO VI, EEV		
počet náprav	2	3	4+	2	3	4+	2	3	4+	2	3	4+
dálnice a rychlostní silnice	3,34	5,70	8,24	2,82	4,81	6,97	1,83	3,13	4,52	1,67	2,85	4,12
– pátek 15-20 h	4,24	8,10	11,76	3,58	6,87	9,94	2,33	4,46	6,46	2,12	4,05	5,88
silnice I. třídy	1,58	2,74	3,92	1,33	2,31	3,31	0,87	1,50	2,15	0,79	1,37	1,96
– pátek 15-20 h	2,00	3,92	5,60	1,69	3,31	4,74	1,10	2,15	3,07	1,00	1,96	2,80
autobusy	1,38			1,15			1,04			0,80		

Dále jsou vzdálenosti rozděleny podle druhu komunikace, aby bylo možné přesné zjištění hodnot mýtného pro jednotlivé zpoplatněné úseky.

Tab. 10: Kilometrické vzdálenosti podle druhu komunikace (autor)

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10
U1	0	32,6	-	-	-	-	-	-	7,2/54,5	-
U2	32,6	0	24,4	-	-	-	-	34,3	46,5	-
U3	-	24,4	0	18,6	12,9	-	-	-	-	-
U4	-	-	18,6	0	14,7	19,8	-	-	-	-
U5	-	-	12,9	14,7	0	13,9	-	21,8	-	-
U6	-	-	-	19,8	13,9	0	15,2	8,0/6,0	-	-
U7	-	-	-	-	-	15,2	0	-	-	-
U8	-	34,3	-	-	21,8	8,0/6,0	-	0	-	16,9
U9	7,2/54,5	46,5	-	-	-	-	-	-	0	18
U10	-	-	-	-	-	-	-	16,9	18	0

V tab. 10 jsou uvedeny kilometrické vzdálenosti mezi uzly. Značení podle barev je totožné jako u obr. 17. Pokud se u trasy mezi některými uzly vyskytuje více hodnot, pak je celková vzdálenost mezi uzly součtem těchto hodnot.

Ze zjištěných délek zpoplatněných úseků a definovaných sazeb mýtného pro jednotlivé úseky jsou v tab. 11 shrnuty hodnoty mýtného na průjezd soupravy s definovanými parametry jednotlivými úseky.

Tab. 11: Hodnoty mýtného při průjezdu soupravy jednotlivými úseky reálné dopravní sítě (autor)

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10
U1	0	134,31	-	-	-	-	-	-	29,664	-
U2	134,31	0	100,53	-	-	-	-	141,32	0	-
U3	-	100,53	0	76,632	0	-	-	-	-	-
U4	-	-	76,632	0	0	0	-	-	-	-
U5	-	-	0	0	0	0	-	0	-	-
U6	-	-	-	0	0	0	29,792	44,72	-	-
U7	-	-	-	-	-	29,792	0	-	-	-
U8	-	141,32	-	-	0	44,72	-	0	-	69,628
U9	29,664	0	-	-	-	-	-	-	0	0
U10	-	-	-	-	-	-	-	69,628	0	0

V tabulce tab. 12 jsou uvedeny výchozí a cílové uzly jednotlivých vozidel.

Tab. 12: Výchozí a cílové uzly vozidel (autor)

Vozidlo	s - Výchozí uzel	d_n - Cílový uzel
1	1	7
2	1	10
3	1	4
4	1	5
5	1	8

Kompletní text programu pro optimalizační úlohu na reálné síti je uveden v příloze A.

Po skončení optimalizačního výpočtu byly vypsány následující výsledky:

Celkové naklady na palivo a mytne jsou 5031.66

$g(1,2)=3.58$

$g(1,9)=1$

$g(2,3)=1.84$

$g(2,8)=1.84$

$g(3,5)=1.84$

$g(5,4)=1$

$g(6,7)=1$

$g(8,6)=1$

$g(9,10)=1$

$b(1,2)=1$

$b(1,9)=1$

$b(2,3)=1$

$b(2,8)=1$

$b(3,5)=1$

$b(5,4)=1$

$b(6,7)=1$

$b(8,6)=1$

$b(9,10)=1$

$y(1,2)=2$

$z(1,2)=1$

$z(2,3)=1$

$z(2,8)=1$

$z(3,5)=1$

$x(1,2,1)=1$

$x(1,2,3)=1$

$x(1,2,4)=1$

$x(1,2,5)=1$

$x(1,9,2)=1$

$x(2,3,3)=1$

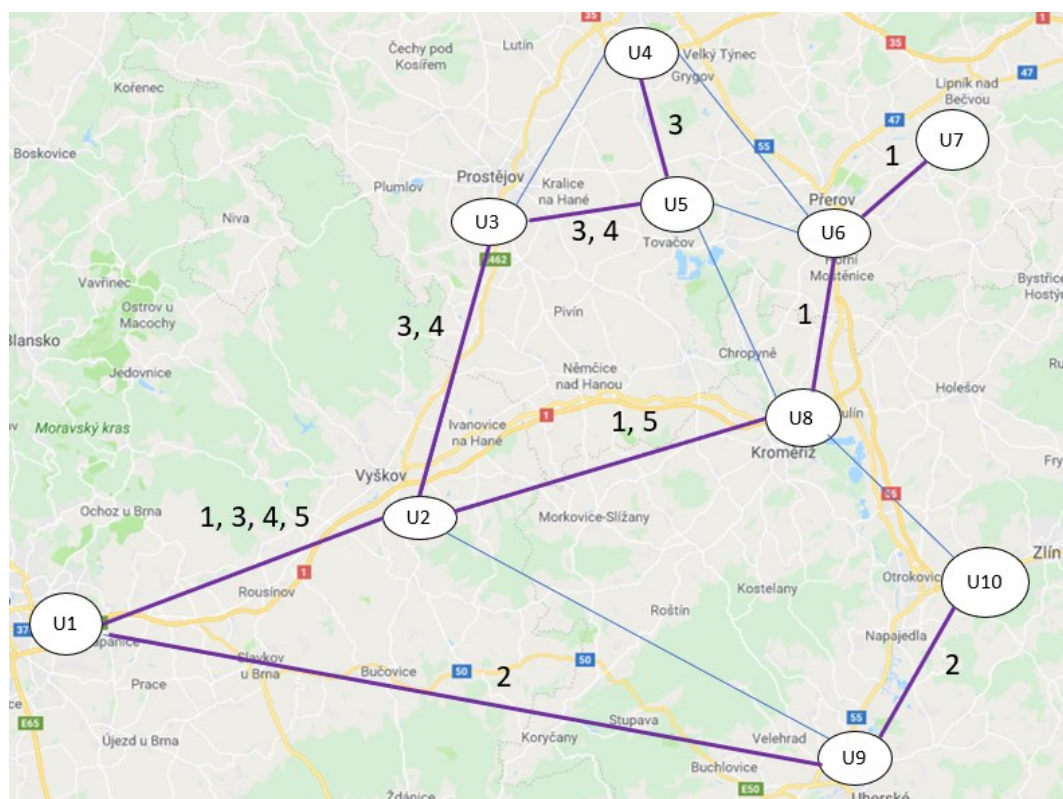
$x(2,3,4)=1$

$x(2,8,1)=1$

$x(2,8,5)=1$

$x(3,5,3)=1$
 $x(3,5,4)=1$
 $x(5,4,3)=1$
 $x(6,7,1)=1$
 $x(8,6,1)=1$
 $x(9,10,2)=1$

Ve výpisech je uvedena hodnota 5031.66 peněžních jednotek, která znázorňuje součet nákladů na palivo a mýtné. V této hodnotě jsou obsaženy náklady na spotřebované pohonné hmoty a celková výše mýtného při použití zpoplatněných úseků. Pomocí hodnot proměnných $x(i,j,n)$ jsou identifikovány trasy jednotlivých vozidel, které jsou pro přehlednost znázorněny na obr. 18.



Obr. 18: Výsledné trasy vozidel¹⁷

Na obr. 18 jsou zvýrazněny hrany, které zobrazují trasy jednotlivých vozidel. Příslušná čísla u hran reprezentují čísla vozidel, která konkrétní hranou (úsekem) projela.

Na obr. 19 je uvedeno stavové hlášení o výsledcích výpočetního experimentu s rozdílnými úsporami pohonných hmot a zohledněním mýtného. Je zde vidět informaci o dosažení optima, vypočítanou hodnotu účelové funkce a dobu výpočtu, která činila 0,1 s.

Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	195	Rows(constraints):	153
Columns(variables):	335	Columns(variables):	220
Nonzero elements:	1089	Nonzero elements:	907
Global entities:	245	Global entities:	220
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	1
Simplex iterations:	77	Depth:	1
Objective:	2609.25	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	5031.65
Time:	0.0s	Best solution:	5031.66
		Gap:	7.95512e-005%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.1s

Obr. 19: Stavové hlášení z optimalizačního software Xpress-IVE po vyřešení modelu s rozdílnými úsporami pohonných hmot a zohledněním mýtného

Následně bylo provedeno manuální ověření správnosti vypočítané hodnoty celkových nákladů., viz tab. 13.

Tab. 13: Ověřovací tabulka výpočtu s využitím technologie platooning (autor)

Úsek	g (i,j)- redukováný počet vozidel jedoucí po hraně (i,j)	n (i,j)-počet vozidel projíždějící hranou (i,j)	Palivové náklady jednoho vozidla na hraně (i,j)	Mýtné náklady na jedno vozidlo na hraně (i,j)	Palivové náklady všech vozidel na hraně (i,j)	Mýtné náklady všech vozidel na hraně (i,j)
1 2	3,58	4	342,3	134,312	1225,434	537,248
1 9	1	1	647,85	29,664	647,85	29,664
2 3	1,84	2	256,2	100,528	471,408	201,056
2 8	1,84	2	360,15	141,316	662,676	282,632
3 5	1,84	2	135,45	0	249,228	0
5 4	1	1	154,35	0	154,35	0
6 7	1	1	159,6	29,792	159,6	29,792
8 6	1	1	147	44,72	147	44,72
9 10	1	1	189	0	189	0
Σ					3906,546	1125,112
Σ celk.						5031,658

Za účelem identifikace úspory nákladů v důsledku využití technologie platooning byl proveden výpočet celkových nákladů pro případ, kdy vozidla pojedou samostatně, a tedy jejich spotřeba paliva není snížena vlivem nižšího aerodynamického odporu. Výsledky jsou shrnuty v tab. 14. Pro výpočet těchto nákladů je nutné pouze změnit redukováný počet vozidel na reálný počet vozidel pohybující se po konkrétním úseku dopravní sítě.

Tab. 14: Ověřovací tabulka výpočtu bez využití technologie platooning (autor)

Úsek	g (i,j)- redukovaný počet vozidel jedoucí po hraně (i,j)	n (i,j)-počet vozidel projíždějící hranou (i,j)	Palivové náklady jednoho vozidla na hraně (i,j)	Mýtné náklady na jedno vozidlo na hraně (i,j)	Palivové náklady všech vozidel na hraně (i,j)	Mýtné náklady všech vozidel na hraně (i,j)
1 2	4	4	342,3	134,312	1369,2	537,248
1 9	1	1	647,85	29,664	647,85	29,664
2 3	2	2	256,2	100,528	512,4	201,056
2 8	2	2	360,15	141,316	720,3	282,632
3 5	2	2	135,45	0	270,9	0
5 4	1	1	154,35	0	154,35	0
6 7	1	1	159,6	29,792	159,6	29,792
8 6	1	1	147	44,72	147	44,72
9 10	1	1	189	0	189	0
Σ					4170,6	1125,112
Σ celk.						5295,712

V tab. 15 je uvedeno porovnání palivových nákladů pro oba případy.

Tab. 15: Porovnání palivových nákladů vlivem technologie platooning (autor)

	Palivové náklady všech vozidel	
S využitím technologie platooning	3906,5	
Bez využití technologie platooning	4170,6	
Úspora vlivem technologie platooning	264,1	6,33%

Z hodnot nákladů na spotřebu paliva s využitím a bez využití technologie platooning vyplývá úspora v nákladech ve výši 6,33 %.

5 Zhodnocení dosažených výsledků

V této práci byla pozornost věnována modelům věnovaným efektivní organizaci jízd vozidel v technologii platooning. Hlavním zdrojem a studijním materiálem pro toto téma byl článek „*The vehicle platooning problem: Computational complexity and heuristics*“ v kterém se autoři Eric Larsson, Gustav Sennton a Jeffrey Larsson zabývali problematikou optimalizace tras konvojů.

Cílem práce bylo Larssonův model vyzkoušet na modelovém příkladu a bude-li zjištěno, že vykazuje některé odlišnosti od reálných poznatků získaných při provozování technologie platooning, bude snaha tyto odlišnosti do Larssonova modelu zapracovat. Proto byly nejdříve analyzovány dostupné časopisecké a internetové zdroje o problematice technologie platooning, přičemž jejich porovnáním s Larssonovým modelem bylo zjištěno, že daný model vykazuje některé odchylky od reálných poznatků technického vývoje a dále, že Larssonův model neumožňuje zohledňovat při optimalizaci existenci zpoplatněných úseků pozemních komunikací.

Z tohoto důvodu byly v předložené práci navrženy dvě další modifikace původního Larssonova modelu a prostřednictvím výpočetních experimentů byla ověřována jejich funkčnost.

Z původního Larssonova modelu byla převzata základní idea modelovat úsporu paliva při jízdě vozidel v konvoji prostřednictvím redukovaného počtu vozidel.

V první modifikaci modelu byla provedena úprava modelu tak, aby optimalizační model dokázal zohlednit různé hodnoty palivových úspor vozidel podle jejich pozice v konvoji (což Larssonův model nedokáže a počítá pouze s konstantní palivovou úsporou 10 % za každé vozidlo zařazené za vedoucí vozidlo). Nově navržená modifikace se po provedení výpočetního experimentu ukázala jako funkční, je tedy k dispozici model, který v porovnání s předchozím modelem lépe popisuje vliv snížení spotřeby pohonných hmot jednotlivých vozidel při jízdě vozidel v konvoji. Nepřesnost Larssonova modelu se nejvíce projeví při různých trasách, kde se mění počet vozidel v konvoji. Tento stav by mohl vést k odchylce celkové spotřeby vozidel v řádech několika procent.

Druhá modifikace modelu zachovává výsledky první modifikace a rozšiřuje model i o možnost zapracování mýtného při průjezdu po zpoplatněných úsecích sítě pozemních komunikací. Na rozdíl od spotřeby však celková výše placeného mýtného závisí nikoliv na redukovaných počtech vozidel, ale na skutečných počtech vozidel. Nově navržená modifikace se po provedení výpočetního experimentu ukázala opět jako funkční, je tedy k dispozici model, který v porovnání s předchozím modelem lépe popisuje vliv snížení

spotřeby pohonných hmot jednotlivých vozidel při jízdě vozidel v konvoji a umožňuje počítat i platby za průjezdy po zpoplatněných úsecích komunikační sítě.

V posledním výpočetním experimentu byl ukázán postup řešení druhé modifikace modelu v podmínkách reálné dopravní sítě. Hodnoty spotřeb pohonných hmot vozidel pro jednotlivé úseky by v podmínkách konkrétní dopravní firmy bylo vhodné experimentálně naměřit, aby výpočet nákladů byl co nejpřesnější. Pro ukázkou metodiky výpočtu se však jedná o dostačující přesnost. Náklady na spotřebované pohonné hmoty byly vypočítány z kilometrických vzdáleností, ze stanovené průměrné spotřeby pohonných hmot vozidel a zvolené ceny pohonných hmot za jednotku. Na základě výsledků výpočetního experimentu byly stanoveny trasy jednotlivých vozidel a byly vypočítány celkové náklady na palivo a mýtné. Pro porovnání, byla stejná úloha řešena bez využití technologie platooning. Z těchto dvou hodnot nákladů na spotřebu paliva byla zjištěna finanční úspora při použití technologie platooningu ve výši 6,33 %.

6 Závěr

Předložená diplomová práce se zabývala matematickými modely pro plánování tras konvojů nákladních vozidel.

Úvodní část práce byla zaměřena pozornost na obecnou problematiku technologie platooningu v podmínkách nákladní dopravy, jejího popisu a charakteristice nejvýznamnějších výhod a nevýhod, které s touto technologií souvisejí.

Následující kapitola je již věnována matematickým modelům vytvořených na míru pro problematiku technologie platooning a jejich typologii.

Dále jsou v práci popsány vybrané obecné modely. Je provedeno jejich porovnání s poznatky technického rozvoje, u vybraných existujících modelů byly identifikovány jejich matematické odlišnosti a následně byly vytvořeny dvě modifikace existujícího modelu, které zjištěné odlišnosti odstraňují včetně principiálního popisu provedených změn v navržených modifikacích existujícího matematického modelu. Po obecném popisu existujících a nově navržených modelů pro plánování tras konvojů nákladních vozidel jsou tyto modely podrobeny výpočetním experimentům prováděné za účelem ověření jejich funkčnosti v optimalizačním softwaru Xpress-IVE.

V poslední části práce je obsaženo zhodnocení dosažených výsledků, které jsou rovněž mezi sebou porovnány.

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval panu doc. Ing. Dušanu Teichmannovi, Ph.D. za odborné vedení při vypracování mé diplomové práce. Nesmírně si cením jeho pomoci. Dále bych rád poděkoval panu Ing. Michalu Richtáři, Ph.D. za připomínky k obecné problematice technologie platooning.

Citovaná literatura a zdroje informací

1. GÁSPÁR, Péter, Szalay ZSOLT a Aradi SZILÁRD. *Different methods for platooning control* [online]. 2014. BME MOGI, 2014 [cit. 2019-02-26]. ISBN 978-963-313-173-2. Dostupné z: http://www.mogi.bme.hu/TAMOP/jarmurendszer_iranyitasa_angol/ch11.html
2. „Truck platooning” zlepši bezpečnost a plynulost provozu i životní prostředí. *BusPress* [online]. 2016 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <http://www.buspress.eu/truck-platooning-zleps-bezpecnost-a-plynulost-provozu-i-zivotni-prostredi/>
3. WINDOVER P., RUSSELL J., OWENS, BRYAN E. ROY. *Truck Platooning Policy Barriers Study* [online]. New York: NYS Department of Transportation, 2018, [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://www.nyserda.ny.gov/-/media/Files/Publications/Research/Transportation/18-01-Truck-Platooning-Policy-Barriers.pdf>.
4. TOMAN, P. Překážkou nasazení autonomních vozů je hlavně legislativa a nejasná odpovědnost, technologie už většinu zvládnou. *Logistika* [online]. 2018 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://logistika.ihned.cz/c1-66424030-prekazkou-nasazeni-autonomnich-vozu-je-hlavne-legislativa-a-nejasna-odpovednost-technologie-uz-vetsinu-zvladnou>
5. *Společnost DAF TRUCKS se podílí na testech bezdrátově propojených souprav vozidel (technologie „platooning“), prováděných ve Velké Británii* [online]. Eindhoven: DAF Trucks N.V., 2017 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <http://www.daftrucks.cz/cs-cz/news-and-media/news-archive/articles/global/2017/q3/30-08-2017-daf-trucks-participates-in-uk-truck-platooning-trial>
6. RYBECKÝ, V. Platooning poprvé v praxi. *Autoweek* [online]. 2018 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: [https://www.autoweek.cz/cs-uzitkova-platooning_poprve_v_praxi-7612](https://www.autoweek.cz/cs-uzitkova-platooning-poprve_v_praxi-7612).
7. *A trio of autonomous Mercedes big rigs is hitting the road in Europe*, Digital trends. [online]. 2016 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://www.digitaltrends.com/cars/mercedes-benz-truck-platoon-news-specs-details/>.

8. Kolomazník, J. Autonomní vozidla rapidně omezí smrtelné nehody. *Finanční a ekonomické informace* [online]. 2018 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://faei.cz/rozhovor-autonomni-vozidla-rapidne-omezi-smrtelne-nehody-rika-analytik-pojistoven-petr-jedlicka/>.
9. McAuliffe, B., Lammert, M., Lu, X.-Y., Shladover, S. et al., "Influences on Energy Savings of Heavy Trucks Using Cooperative Adaptive Cruise Control,,". *SAE Technical Paper 2018-01-1181*, 2018, doi:10.4271/2018-01-1181.
10. RŮŽIČKA, T. *Jízdní odpor nákladních vlaků*. Ostrava: Institut dopravy, Fakulta strojní VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2015, 76 s. *Dipomová práce, vedoucí: Široký. J*
11. Platooning combines advanced technologies to improve safety and fuel efficiency: The Platooning Experience. *Peloton* [online]. [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://peloton-tech.com/how-it-works/>
12. KOLÁŘ, V. Británie dá přes 200 milionů korun na testování částečně samoříděných kamionů. *Logistika* [online]. 2017 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://logistika.ihned.cz/c1-65884410-britanie-da-pres-200-milionu-korun-na-testovani-castecne-samorizenych-kamionu>
13. RYBECKÝ, V. Autonomní řízení a legislativa. *Autoweek* [online]. 2018 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: https://www.autoweek.cz/cs-aktuality-milionova_ceska_investice_v_usa-7579
14. SŮRA, J. Mezi poslance míří první zákon, který řeší provoz samořídětelných aut. *Zdopravy* [online]. 2018 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://zdopravy.cz/mezi-poslance-miri-prvni-zakon-ktery-resi-provoz-samoriditelnych-aut-12269/>
15. KILCARR, S. Europe prepares for full-scale truck platooning. *Fleetowner* [online]. 2017 [cit. 2019-02-26]. Dostupné z: <https://www.fleetowner.com/blog/europe-prepares-full-scale-truck-platooning>
16. LARSSON, Erik, Gustav SENNTON a Jeffrey LARSSON. The vehicle platooning problem: Computational complexity and heuristics. *ScienceDirect*. Lemont: elsevier, 2015.
17. *Mapy Google*. *Google* [online]. 2019 [cit. 2019-2-26]. Dostupné z: <http://maps.google.com>.
18. *Mapa zpoplatnění*. *Myto CZ* [online]. 2018 [cit. 2019-2-26]. . Dostupné z: <http://www.myto.cz/cs/mytny-system/mapa-zpoplatneni/index.html>.

19. Sazby mýtného. *Myto CZ* [online]. Ministerstvo dopravy ČR, 2015 [cit. 2019-02-26].
Dostupné z: <http://www.mytocz.eu/cs/mytny-system/sazby-mytneho/index.html>

Seznam obrázků

Obr. 1: Systémy automatizovaného nákladního vozidla ³	12
Obr. 2: Úrovně autonomního řízení ⁸	13
Obr. 3: Aerodynamický vliv snížení rozestupů mezi vozidly ¹¹	15
Obr. 4: Vzdálenostní odstup mezi vozidly za běžných provozních podmínek ¹¹	16
Obr. 5: Vzdálenostní odstup mezi vozidly za provozních podmínek s vozidlovým radarem ¹¹	17
Obr. 6: Vzdálenostní odstup mezi vozidly za provozních podmínek využívajících technologii platooning ¹¹	17
Obr. 7: Pruh pro autonomní vozidla ¹³	20
Obr. 8: Teplotní rozložení v oblasti motorového prostoru u vedoucího vozidla ³	21
Obr. 9: Teplotní rozložení v oblasti motorového prostoru u vozidla uvnitř konvoje ³	22
Obr. 10: Schéma modelové dopravní sítě (autor)	35
Obr. 11: Stavové hlášení z optimalizačního software Xpress-IVE po vyřešení původního Larssonova modelu	40
Obr. 12: Stavové hlášení z optimalizačního software Xpress-IVE po vyřešení modelu s rozdílnými úsporami pohonných hmot	44
Obr. 13: Schéma modelové dopravní sítě (autor)	44
Obr. 14: Stavové hlášení z optimalizačního software Xpress-IVE po vyřešení modelu s rozdílnými úsporami pohonných hmot a zohledněním mýtného	48
Obr. 15: Fragment reálné sítě pro výpočetní experiment ¹⁷	49
Obr. 16: Zpoplatněné úseky vybrané oblasti ¹⁸	51
Obr. 17: Schématické znázornění druhu komunikace vybrané oblasti ¹⁷	52
Obr. 18: Výsledné trasy vozidel ¹⁷	55
Obr. 19: Stavové hlášení z optimalizačního software Xpress-IVE po vyřešení modelu s rozdílnými úsporami pohonných hmot a zohledněním mýtného	56

Seznam tabulek

Tab. 1: Palivová úspora vozidel při jízdě s využitím technologie platooning (autor)	14
Tab. 2: Spotřebované palivo samostatného vozidla při průjezdu konkrétním úsekem (autor)	35
Tab. 3: Spotřebované palivo jednoho vozidla při průjezdu konkrétní hranou (autor).....	40
Tab. 4: Palivové náklady na průjezd jednoho vozidla konkrétním úsekem (autor)	45
Tab. 5: Mýtné náklady na průjezd jednoho vozidla konkrétním úsekem (autor)	45
Tab. 6: Kilometrické vzdálenosti mezi uzly (autor)	49
Tab. 7: Množství spotřebovaného paliva potřebného na průjezd jednoho vozidla konkrétní hranou (autor)	50
Tab. 8: Náklady na spotřebované palivo pro konkrétní úseky dopravní sítě (autor).....	50
Tab. 9: Sazby mýtného podle druhů komunikací a emisních tříd motorových vozidel ¹⁹	52
Tab. 10: Kilometrické vzdálenosti podle druhu komunikace (autor)	53
Tab. 11: Hodnoty mýtného při průjezdu soupravy jednotlivými úseky reálné dopravní sítě (autor).....	53
Tab. 12: Výchozí a cílové uzly vozidel (autor)	54
Tab. 13: Ověřovací tabulka výpočtu s využitím technologie platooning (autor)	56
Tab. 14: Ověřovací tabulka výpočtu bez využití technologie platooning (autor)	57
Tab. 15: Porovnání palivových nákladů vlivem technologie platooning (autor)	57

Seznam příloh

Zvláštní přílohy na CD:

- Příloha A: Text programu experimentu